ABSTRAKTY WYSTĄPIEŃ

Wykłady plenarne

Aneta Borkowska

Instytut Psychologii
Wydział Pedagogiki i Psychologii
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin

Specyficzne i niespecyficzne czynniki mózgowe w powstawaniu zaburzeń i trudności w nauce matematyki u dzieci

Opanowywanie umiejętności i kompetencji matematycznych zależy od wielu procesów psychicznych (zwłaszcza poznawczych i emocjonalnych), zatem także od skomplikowanych procesów neuronalnych. Zaburzenia oraz trudności w nauce matematyki widoczne na poziomie bahawioralnym są skutkiem dysfunkcji procesów poznawczych, a te odzwierciedlają specyfikę przebiegu aktywności mózgowej. Trudności matematyczne mogą pojawiać się w życiu dziecka jako przejaw zróżnicowanych trudności rozwojowych, współwystępować z dysleksją rozwojową czy ADHD, wynikać z niskich zdolności poznawczych, chorób somatycznych, neurologicznych czy zaniedbania środowiskowego. Jeśli jednak mamy do czynienia z dyskalkulią rozwojową wówczas zaburzenia mają charakter specyficzny i mogą występować w formie izolowanej.

Dyskalkulia rozwojowa to rozwojowe, wrodzone zaburzenie posługiwania się liczbami dotykające około 3-6% populacji dzieci w wieku szkolnym. Wiele badań potwierdza założenie, że obszary dysfunkcjonalne w dyskalkulii rozwojowej to te istotne dla posługiwania się liczbami. Jest to głównie bruzda śródciemieniowa w jednej lub obu półkulach mózgu oraz rozległa sieć połączeń ciemieniowo-czołowych przede wszystkim w lewej półkuli. Jednak zredukowana objętość istoty szarej została stwierdzona także w innych obszarach mózgu u osób z dyskalkulią. Są to m.in. bilateralnie górny płacik ciemieniowy, zakręt wrzecionowaty, zakręt przyhipokampalny i prawa przednia kora skroniowa. Różnice pomiędzy dziećmi z dyskalkulią i bez trudności matematycznych stwierdzono w przebiegu rozwoju struktur w czasie np. do okresu dojrzewania. Zanotowano je m.in. bilateralnie w zakręcie przedśrodkowym (BA 43). W badaniach porównawczych grubości kory mózgowej w grupie osób z dyskalkulią wykazano redukcję warstwy kory w lewym zakręcie skroniowym (BA22) i prawym dolnym zakręcie czołowym (BA44). Znacząca redukcja istoty szarej widoczna była w prawym zakręcie przyhipokamplanym (BA36) i prawym dolnym oraz tylnym płaciku ciemieniowym (BA39,BA40). Stwierdzono redukcję objętości istoty białej w prawym dolnym płacie ciemieniowym, prawym polu skroniowym i prawej części orbitalnej. Wśród czynników niespecyficznych mających wpływ na ujawnianie się zakłóceń w nauce matematyki wskazuje się na istotną rolę dysfunkcji procesów uwagi, w tym uwagi wykonawczej i pamięci operacyjnej. Według koncepcji sieci uwagowych Posnera, sieć czujności bazuje na aktywności pnia mózgu we współpracy z prawopółkulowymi mechanizmami neuronalnymi, sieć orientacji angażuje powiązania ciemieniowo-czołowe a sieć wykonawcza powiązania struktur linii przyśrodkowej z przednią częścią zakrętu obręczy, środkowym zakrętem czołowym i przednią częścią wyspy. Z tego wynika, iż sieci neuronalne ważne dla procesów matematycznych są w pewnej części wspólne z sieciami uwagowymi, co powoduje, iż zaburzenia uwagowe mają znaczenie dla wykonywania zadań matematycznych.

Marianna Ciosek, Stefan Turnau

Instytut Matematyki
Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Matematyczne fałszywe przekonania i ich hipotetyczne przyczyny

Fałszywe przekonanie to zależność czy prawidłowość błędnie uważana za ogólnie słuszną. Ujawnia się ono na przykład wtedy, gdy rozwiązujący problem powołuje się na nią uzasadniając swoje (błędne) rozwiązanie. Przykładem jest przekonanie, że wynik mnożenia dwóch liczb jest większy od obu tych liczb, a także przekonanie, że figura o większym obwodzie ma też większe pole. Fałszywe przekonania występują na wszystkich etapach edukacji matematycznej. Cechą fałszywych przekonań jest ich głębokie zakorzenienie w pamięci, ujawniające się uporczywym powracaniem do nich przy rozwiązywaniu nowych problemów, nawet po lokalnym uświadomieniu sobie, że są fałszywe. Trwałe wyeliminowanie fałszywego przekonania u uczącego się jest wyzwaniem dla nauczyciela i stanowi problem dydaktyki matematyki, któremu poświęca się badania w różnych krajach.

W wykładzie pokażemy przykłady obserwacji własnych, jak i innych autorów, wskazujące na występowanie fałszywych przekonań. Omówimy też niektóre hipotetyczne powody ich rodzenia się.

Antoni Dawidowicz

Instytut Matematyki
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Jagielloński, Kraków

Wiedza ludzka jest niepodzielna

Powszechnym zjawiskiem w społeczeństwie XX i XXI wieku jest próba klasyfikowania, a właściwie „plasterkowania" wszystkiego. Najbardziej widać to w trakcie edukacji. Młodych ludzi od razu się „szufladkuje", mówiąc, że ktoś jest humanista, a ktoś inny umysł ścisły. Jest to oczywisty absurd. Nie dałoby się zaklasyfikować np. Kopernika, Archimedesa, czy Kartezjusza. Poeta musi zadbać o rytm wiersza. Nie zdając sobie z tego sprawy, dobierając samogłoski tak, by tworzyły rytm przeprowadza rozumowanie matematyczne. Każdy turysta, planując wycieczkę bierze do ręki mapę. A skąd on wie, że jakąkolwiek zmierzy długość na mapie, po podzieleniu przez podziałkę dowie się ile kilometrów ma do przejścia? Rzecz jasna, z twierdzenia Talesa. Obecnie, by żyć normalnie trzeba pamiętać wiele kodów cyfr zwanych PIN-ami. Załóżmy, że ktoś ma PIN 4215 (nie jest to mój PIN, cyfry wybrałem losowo). Jak go zapamiętać? Wystarczy zapamiętać. Wystarczy dodać do siebie rok koronacji Władysława Łokietka i podwojony rok Bitwy pod Grunwaldem i od tego odjąć 15, czyli dzień tejże bitwy. Widzimy, że do ułatwienia zapamiętywania przydaje się zarówno elementarna znajomość operacji algebraicznych, jak i równie elementarna wiedza z historii Polski. W ten sposób wszystkie dziedziny wiedzy wzajemnie się wspierają i każda z nich jest humanistyczna, bo jest uprawiana przez człowieka (łac. humanus – ludzki) i każda z nich jest ścisła, bo wymaga pewnej dyscypliny umysłu.

Edyta Gruszczyk-Kolczyńska

Katedra Pedagogiki Małego Dziecka
Wydział Nauk Pedagogicznych
Akademia Pedagogiki Specjalnej, Warszawa

Dzieci matematycznie uzdolnione: mity, wyniki badań, interpretacje i wnioski

W ramach projektu finansowanego ze środków na wspierania badań naukowych (Projekt R1700603 Rozpoznawanie i wspomaganie rozwoju uzdolnień do uczenia się matematyki u starszych przedszkolaków i małych uczniów) skonstruowałam narzędzia diagnostyczne rozpoznawania uzdolnień matematycznych u dzieci. Oszacowałam też liczbę dzieci uzdolnionych matematycznie i wybitnie uzdolnionych. Ustaliłam ich cechy umysłu i zgromadziłam dowody na to, że uzdolnienia matematyczne marnieją, jeżeli nie są u dzieci we właściwym czasie pielęgnowane i rozwijanie. Podjęłam też pewne działania zmierzające do zmiany na lepsze szkolnych losów uzdolnionych dzieci. Wszystko to przedstawię – z konieczności syntetycznie w formie następujących bloków problemowych:

- Badania, które spowodowały zmianę poglądów odnośnie występowania uzdolnień matematycznych u dzieci
- Cechy umysłu dzieci matematycznie uzdolnionych i prezentacja wyników badań o występowaniu uzdolnień matematycznych u dzieci.
- Okresy krytyczne (zwane też wrażliwymi) rozwijania uzdolnień matematycznych u starszych przedszkolaków i uczniów. Dlaczego uzdolnienia te marnieją, jeżeli nie są pielęgnowane i rozwijane w tych okresach
- Z jakich powodów nauczyciele mylą się w ocenie ich możliwości umysłowych uzdolnionych matematycznie dzieci
- Argumenty przemawiające za tym, aby rozpoznawać uzdolnienia matematyczne już u starszych przedszkolaków i krótka charakterystyka nauczycielskiej diagnozy rozpoznawania uzdolnień matematycznych u starszych przedszkolaków i małych uczniów
- Jakie działania zmierzające do zmiany na lepsze losów dzieci uzdolnionych matematycznie zostały już podjęte i co z nich wynika.

Wojciech Krysztofiak

Instytut Filozofii
Wydział Humanistyczny
Uniwersytet Szczeciński, Szczecin

Model kompetencji arytmetycznej

Celem wystąpienia jest prezentacja modelu struktury reprezentacyjnej wyjaśniającej wyniki niektórych współczesnych badań eksperymentalnych w zakresie tzw. arytmetyki kognitywnej, w szczególności wyniki nazywane technicznie: efektem SNARC, efektem odległości, efektem wielkości oraz efektem skali. Mój cel badawczy może zostać filozoficznie zinterpretowany jako próba formalnego modelowania, z uwagi na wyniki badań eksperymentalnych, podstawowej formy poznawczej uwikłanej w procesy myślenia arytmetycznego. W duchu bowiem neo-kantowskiej epistemologii (umiarkowanego natywizmu) zakładam, że umysł wyposażony jest w system form poznawczych, składających się na tak zwaną core knowledge, umożliwiających mu wykonywanie rozmaitych, elementarnych czynności poznawczych; w szczególności - czynności konceptualizacji tego, co jest dane umysłowi w jego codziennym doświadczeniu.

Zaprezentowany zostanie formalny model modułów generujących reprezentacje liczb, uczestniczące w mentalnych czynnościach referencji liczebnikowej. Na model ten składają się trzy moduły: moduł sumacyjno-akumulatorowych osi liczb, moduł punktowo-miejscowych osi liczb oraz moduł dokładnej, punktowej osi liczb. Ostatni z modułów stanowi podstawę do rozwinięcia w umyśle reprezentacji składających się na ekspercką wiedzę matematyczną. Dwa pierwsze moduły służą umysłowi w rozwinięciu jego tak zwanej „ludowej arytmetyki”. Skonstruowany model jest również skoordynowany z danymi empirycznymi, uzyskanymi w rozmaitych eksperymentach kognitywistycznych.

Zaproponowany model ma wyjaśniać między innymi następujące fakty-typy:

(1) Kodowanie oraz dekodowanie przestrzenne liczebników ma miejsce wtedy, gdy (de)kodujący je umysł jest zmuszony do równoczesnych reakcji behawioralnych w przestrzeni fizycznej.

(2) Kodowanie oraz dekodowanie przestrzenne może dokonywać się dla liczebników z różnych zakresów liczbowych, względnie krótkich sekwencji leksemów lub wielkości ciągłych (np. czas trwania); ma więc ono charakter odcinkowy ze zwrotem.

(3) Na zaistnienie (de)kodowania przestrzennego liczebników nie wpływa ich format syntaktyczny, czyli to, czy są zapisane w którymś z języków cyfrowych czy też na gruncie danego języka etnicznego ani to, czy są to liczebniki symboliczne czy też niesymboliczne.

(4) Na zaistnienie (de)kodowania przestrzennego liczebników nie wpływa modalność zmysłowa bodźców liczebnikowych, czyli to, czy są (de)kodowane jako napisy lub układy palców u ręki (wzrokowo), czy też jako dźwięki (słuchowo).

(5) Na zaistnienie (de)kodowania przestrzennego liczebników nie wpływa sposób przestrzennej organizacji bodźca liczebnikowego. (De)kodowanie przestrzenne liczebników odznacza się rozmaitymi stopniami swojego natężenia; natężenie (de)kodowania przestrzennego liczebników jest wyższe w sytuacji, w której własność przetwarzanych liczebników ma charakter arytmetyczny, niż w wypadku przetwarzania niearytmetycznych własności tych samych liczebników.

(6) (De)kodowanie przestrzenne liczebników nie ma charakteru absolutnego w tym znaczeniu, że ten sam liczebnik może w różnych sytuacjach poznawczych być zafiksowany na różnej pozycji w kodującym odcinku ze zwrotem.

Zbigniew Semadeni

Wydział Pedagogiki
Wyższa Szkoła Gospodarki Euroregionalnej w Józefowie

Transgresja poznawcza jako istotny składnik matematyki i procesu matematyzacji

Po wyjaśnieniu etymologii i różnych znaczeń ogólnego terminu transgresja wprowadzone będzie określenie transgresji poznawczej jako przekroczenia przez człowieka – w wyniku intencjonalnego działania – pewnego trudnego progu poznawczego w filogenezie (rozwoju historycznym) i w ontogenezie (rozwoju pojedynczego dziecka).

Rozważane będą przykłady transgresji poznawczych w rozwoju matematyki i nauk ściśle związanych z matematyką.

W części z tych transgresji poznawcza trudność przejścia zanika w wyniku wpływu zmian kulturowych i cywilizacyjnych, a w innych – pomimo takiego wpływu – trudności przejścia pozostają nadal poważne.

Ogólne tezy będą ilustrowane następującymi przykładami.

Przejście od procesów do obiektów w początkach arytmetyki.

Przełom w sposobie ujmowania przyrody dokonany przez jońskich filozofów przyrody. Pitagorejczycy i podkreślanie aspektów liczbowych świata.

Idea Harmonia mundi i jej wpływ na rozwój nauki do dnia dzisiejszego.

Przejście od rzeczywistości postrzegalnej zmysłami do idei postrzeganych przez intelekt, w szczególności do abstrakcyjnych pojęć matematycznych i do obiektów geometrii Euklidesa.

Przejście od liczb dodatnich do ujemnych.

Przezwyciężanie średniowiecznego geocentryzmu a kwestia egocentryzmu współczesnego dziecka przedszkolnego.

Problem transgresji w kwestiach matematyzowalności przyrody: wprowadzanie modeli matematycznych świadomie niezgodnych z pewnymi aspektami codziennego doświadczenia (Galileusz, Newton).

Niepojęta skuteczność matematyki w naukach przyrodniczych.

Przykłady odwagi fizyków przy przekraczaniu kolejnych barier nauki.

Przejście od nieskończoności potencjalnej do aktualnej i przezwyciężanie horror infiniti.

Przejście od aksjomatów w matematyce rozumianych jaki pewniki do aksjomatów rozumianych jako założenia.

Przejście od aksjomatyzacji teorii kategorycznych do aksjomatycznych teorii struktur wyrażonych w języku teorii mnogości.

Helena Siwek

Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny, Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków
Wydział Nauk Społeczno- Pedagogicznych, Wyższa Szkoła Pedagogiczna, Warszawa/Katowice

Metody uczenia się w koncepcji czynnościowego nauczania matematyki na różnych poziomach edukacji

Metoda czynnościowego nauczania matematyki stworzona przez Profesor Zofię Krygowską jest koncepcją ciągle aktualną w kształceniu matematycznym uczniów na każdym etapie edukacji. W związku z preferowanym obecnie emancypacyjnym systemem szkoły, podkreślaniem dominującej roli ucznia a nie nauczyciela, zachodzi potrzeba zajęcia się w większym stopniu metodami uczenia się, a nie nauczania.

Maria Szyszkowska

Instytut Nauk o Państwie i Prawie
Wydział Prawa i Administracji
Uniwersytet Warszawski, Warszawa

Filozofia jako źródło mądrości oraz fundament nauk szczegółowych

Filozofia obecnie jest rugowana z nauczania akademickiego. Nawet utrwalony tradycją egzamin z filozofii – jako warunek uzyskania doktoratu – przestał obowiązywać. Kultywuje się wiedzę specjalistyczną, co zawęża poznanie i bywa w skutkach niebezpieczne, by powołać jako przykład medycynę, która – podobnie jak wiele innych nauk – oderwała się od korzeni filozoficznych. Ubolewał nad tym wybitny profesor medycyny, Julian Aleksandrowicz, już kilka dziesiątków lat temu.

Jedność wszechrzeczy nie znajduje wyrazu w wiedzy naukowej, która jest obecnie rozczłonkowana. Zmiany w polskiej edukacji są pospieszne, nie konsultowane ze środowiskiem, ignorujące tradycję do której warto powrócić.

Ulegając amerykanizacji z jej dominacją socjologii i politologii (w miejsce filozofii polityki) – nie ceni się filozofii. Na początku dziejów, filozofia była nie tylko jedyną wiedzą naukową, ale także mądrością, do której nie prowadzi wiedza wąsko specjalistyczna. Bez odniesień do filozofii niemożliwe jest w dziedzinie nauk szczegółowych. wskazywanie nowych dróg, by powołać jako przykład teorię Einsteina, czy Heisenberga. Wszystkie nauki (poza teologią) wywodzą się z filozofii. Psychologia stała się wyodrębnioną dziedziną dopiero w XX wieku.

Niszczy psychikę – w tym wyobraźnię i zdolność do abstrakcyjnego myślenia – kultura obrazkowa. Przeciwwagą może się stać przywrócenie nauczaniu matematyki stosownego miejsca oraz powrót do edukacji zespolonej z wiedzą filozoficzną.

Znaczenie miałoby także odrodzenie roli mistrza w nauczaniu. Wymaga to zmian strukturalnych, instytucjonalnych, jak również protestu wobec narzuconego poglądu, iż należy kształcić uwzględniając potrzeby rynku.

Wystąpienia w sesjach

Anna Baczko-Dombi

Instytut Filozofii i Socjologii PAN
Instytut Socjologii, Uniwersytet Warszawski, Warszawa

Ucieczka od matematyki. Społeczne uwarunkowania i konsekwencje postrzegania matematyki

Matematyka, jak żaden inny przedmiot szkolny, jest źródłem sprzecznych emocji – odczuwanych nie tylko przez uczniów, ale też nauczycieli i rodziców. Znajdują one odzwierciedlenie również w dyskursie publicznym – od stawiania matematyki na piedestale, jako królowej nauk, po bagatelizowanie jej znaczenia i powszechne przyzwolenie na matematyczną ignorancję.

Proces uczenia się matematyki ma swoją specyfikę – jest to przedmiot uznawany za trudny, nauka wymaga wiele cierpliwości i systematyczności, a wiedza matematyczna ma charakter kumulatywny. Te cechy sprawiają, że na pewnym, często dość wczesnym, etapie nauki wielu uczniów „ucieka" od matematyki – ze względu na napotkane trudności uznają, że „nie są w stanie nauczyć się matematyki" i zaczynają określać siebie jako „humanistów", co w ich odczuciu jest jednoznaczne z brakiem zdolności w zakresie matematyki i przedmiotów ścisłych. Ta decyzja ma bardzo poważne konsekwencje dla ich dalszej edukacji – zarówno wyboru kolejnych etapów nauczania czy profilu klasy, kierunku studiów ale też w dalszej perspektywie kariery zawodowej, gdyż niedostateczna znajomość matematyki ogranicza możliwe do wyboru ścieżki kariery, dochodzi do swoistego wykluczenia matematycznego.

Obecnie dużo mówi się o tym, że w Polsce jest zbyt wielu absolwentów kierunków humanistycznych i zdecydowanie za mało specjalistów z dziedzin technicznych i ścisłych. W ostatnich latach prowadzone były programy i kampanie społeczne mające zachęcić do studiowania na kierunkach technicznych. Jednakże, niezależnie od ich oceny, wciąż borykamy się z brakiem odpowiednio wykształconych kandydatów. Bez wnikliwego przyjrzenia się temu, jak uczniowie postrzegają matematykę, czego się boją, dlaczego od niej uciekają, bardzo trudno będzie zrozumieć opisywane mechanizmy i przeciwdziałać matematycznemu wykluczeniu.

Tym i kilku innym zagadnieniom związanym ze społecznym wizerunkiem matematyki chciałabym poświęcić wystąpienie. Opowiem o nich w oparciu o prowadzone przeze mnie badania, będące częścią rozprawy doktorskiej przygotowywanej w Instytucie Socjologii Uniwersytetu Warszawskiego.

Gabriela Biel

Katedra Matematyki
Wydział Inżynierii Kształtowania Środowiska i Geodezji
Uniwersytet Przyrodniczy, Wrocław

Zadania matematyczne w podręcznikach edukacji wczesnoszkolnej. Spojrzenie z perspektywy teorii rozwoju myślenia matematycznego

Etap edukacji wczesnoszkolnej zbiega się ze zdefiniowanym przez psychologię rozwoju człowieka okresem zwanym późnym dzieciństwem lub też młodszym wiekiem szkolnym. Moment ten uważany jest za mniej obfity w intensywne zmiany niż okres go poprzedzający i następny. Jednak w okresie 6-10 roku życia następują przełomowe zmiany związane z główną aktywnością dziecka: zabawę zastępuje systematyczne zdobywanie wiedzy oraz uczenie się. Aktywności te będą również istotne w kolejnym okresie życia.

Opisując późne dzieciństwo, psychologia rozwoju człowieka kieruje uwagę na rozwój myślenia logicznego, które staje się elastyczne i zorganizowane. „Dziecko rozwija operacje logiczne, czyli zinterioryzowane (uwewnętrznione), zintegrowane i odwracalne czynności myślowe. Czynności umysłowe dotyczą relacji między przedmiotami i tworzą układy złożone z czynności jednego rodzaju. Czynności są odwracalne: dziecko potrafi rozpatrywać kolejne kroki w rozumowaniu, a następnie myślowo odwrócić kierunek i powrócić do stanu wyjściowego". Okres późnego dzieciństwa to także czas, w którym operacje mają charakter konkretny - proces myślenia logicznego pozwala na rozwiązanie zadań, które zawierają pełne informacje, dotyczą rzeczywistych obserwowalnych przedmiotów i zdarzeń. Mając do dyspozycji wiele szczegółowych obserwacji dotyczących konkretnych zdarzeń, dziecko w młodszym wieku szkolnym potrafi formułować pierwsze ogólne prawa, zaczyna być zdolne do rozumowania indukcyjnego. Opanowuje także zasady zachowania stałości, odpowiednio do wieku, kolejno: stałości liczby, masy, powierzchni, ilości cieczy, ciężaru oraz objętości. Ważną zmianą w sposobie myślenia jest stopniowa decentracja, czyli umiejętność wykorzystania wszystkich widocznych cech bodźca (kolor, kształt, wielkość), różnych aspektów obserwowanego stanu. Dzięki opanowaniu dwu ważnych operacji: szeregowania (porządkowania przedmiotów według różnic) oraz klasyfikacji (grupowania przedmiotów według podobieństw) pojawia się możliwość (zdolność) do logicznego rozwiązywania problemów.

Jean Piaget i jego współpracownicy za pomocą typowych dla siebie zadań sprawdzali osiąganie wyżej wymienionych zdolności przez dzieci będące w okresie młodszego wieku szkolnego.

Celem, jaki stawia sobie autorka referatu, jest próba sprawdzenia, czy zadania matematyczne występujące w podręcznikach edukacji wczesnoszkolnej podążają za zdolnościami, które wynikają z momentu rozwojowego dzieci, a także, czy są w stanie pomóc w rozwoju tych zdolności.

Barbara Bilewicz-Kuźnia

Zakład Pedagogiki Przedszkolnej, Instytut Pedagogiki
Wydział Pedagogiki i Psychologii
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin

Wykorzystanie klocków Froebla w edukacji matematycznej dzieci

Podstawą kształtowania się pojęć matematycznych są zmysły i aktywność badawcza dziecka. W artykule scharakteryzowano materiał dydaktyczny, zwany darami, opracowany w XIX wieku przez Friedricha Froebla, wykształconego pedagoga, filozofa i architekta. Dary to zestaw, który tworzą wełniane piłki, drewniane klocki w kształcie sześcianów, prostopadłościanów i graniastosłupów, mozaiki złożone z trójkątnych płytek, drewnianych półpierścieni, patyczków i punktów. Materiał dydaktyczny jest współcześnie wykorzystywany we wczesnej edukacji matematycznej i geometrycznej dzieci na całym świecie. Zabawy i zadania z darami pozwalają budować wiedzę dotyczącą kształtów, miar i proporcji. Klocki pomagają odkrywać cechy zjawisk fizycznych, odróżniać kształty i formy, poznawać ruchy przedmiotów, przeprowadzać porównania, budować w umysłach dzieci pełny obraz matematycznego pojęcia. Wykorzystując dary Froebla można realizować koncepcję czynnościowego nauczania matematyki, co przyczynia się do znacznie lepszego rozumienia i operatywnego wykorzystania przez dzieci pojęć matematycznych.

Piotr Błaszczyk, Joanna Major

Instytut Matematyki
Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Analiza matematyczna bez pojęcia granicy

Trudności studentów związane z przyswojeniem pojęcia granicy były opisywane przez autorów z różnych krajów. Dydaktycy matematyki nie wypracowali zgodnej diagnozy tego zjawiska. Historia matematyki oraz pewne ustalenia logiki wskazują, że źródłem trudności może być samo pojęcie, stąd myśl, by wyniki klasycznej analizy prezentować także w wersji bez pojęcia granicy.

Rachunek różniczkowy był rozwijany przez 200 lat (od Newtona do Weierstrassa) zanim sformułowano słowną definicję granicy i minęło 50 kolejnych lat nim znaleziono definicję symboliczną

$$g = \lim_{n\to\infty} a_n \Leftrightarrow (\forall \varepsilon \in R_+)(\exists k \in N)(\forall n \in N)(n > k \Rightarrow |a_n - g| < \varepsilon). \quad (1)$$

Z pojęciem granicy oraz zasadą ciągłości Dedekinda wiązał się proces formułowania nowych dowodów znanych już twierdzeń (pochodzących od Leibniza, Newtona, Eulera i innych). W rezultacie ustaliło się, że strukturą, w której winna być rozwijana analiza matematyczna jest ciało uporządkowane liczb rzeczywistych $\Re = (R, +, \cdot, 0, 1, <)$.

W logice matematycznej przyjmuje się, że miarą skomplikowania formuły jest ilość występujących w niej kwantyfikatorów. Prawa strona definicji (1) ma następującą postać schematyczną: $(\forall x \exists y \forall z)\phi(g, x, y, z)$. Fakt ten pozwala wnosić, że sama ilość kwantyfikatorów sprawia, iż pojęcie granicy jest trudne.

W referacie przedstawiamy konstrukcję ciała liczb hiperrealnych $\Re^* = (R^*, +, \cdot, 0, 1, <)$, będącego rozszerzeniem liczb rzeczywistych. Podstawowe twierdzenia analizy (zob. [3]) można sformułować w strukturze $\Re^*$ bez pojęcia granicy, a ich dowody są wówczas krótsze od klasycznych. Analiza matematyczna rozwijana w $\Re^*$ to analiza niestandardowa. Analizę klasyczną i niestandardową łączy twierdzenie

$$g = \lim_{n\to\infty} a_n \Leftrightarrow (\forall K \in N_\infty)(a_K^* \approx g^*). \quad (2)$$

W referacie przedstawiamy dowód równoważności (2) oraz objaśniamy występujące w niej pojęcia.

Formuła $(\forall K \in N_\infty)(a_K^* \approx g^*)$ ma prostą budowę, a występująca w niej relacja *leży nieskończenie blisko*, oznaczona symbolem $\approx$, jest starsza niż pojęcie granicy. Relacja ta stanowi podstawę wykładu analizy w ujęciu Eulera [1], dzięki czemu analiza niestandardowa może stosować techniki rozwinięte w XVII i XVIII wieku zapoznane w procesie *przekładu* analizy na analizę w strukturze $\Re$.

Prezentowane ujęcie analizy niestandardowej jest modyfikacją znanych wykładów z tej dziedziny (zob. np. [2]); w referacie nie stosujemy technik logiki matematycznej, w szczególności zasady transferu, i zakładamy jedynie ogólne przygotowanie matematyczne.

BIBLIOGRAFIA

1. Euler L., *Introductio in analysin infinitorum*, Lausanæ 1748.
2. Goldblatt R., *Lectures on the Hyperreals*, Springer, New York 1998.
3. Kuratowski K., *Rachunek różniczkowy i całkowy jednej zmiennej*, PWN, Warszawa 1972.

Agnieszka Bojarska-Sokołowska

Katedra Fizyki Relatywistycznej
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Olsztyn

Popularyzacja matematyki na uniwersytetach dziecięcych

Podczas wystąpienia zostanie przedstawione pojęcie popularyzacji-upowszechniania nauki, a w szczególności nauki formalnej, którą jest m. in. matematyka. Prowadzący zwróci uwagę na dawne i współczesne metody i formy popularyzacji matematyki. Zostaną opisane konkretne przykłady zajęć z matematyki poprowadzonych w formie: wykładu, warsztatu i seminarium na Uniwersytecie Dzieci,oraz scenariusz lekcji zajęć matematyczny dla dzieci. Zostaną przedstawione konkretne treści i zagadnienia matematyczne, które są przedmiotem popularyzacji na uniwersytetach dziecięcych w Polsce i zagranicą.

Bartosz Brożek

Katedra Filozofii Prawa i Etyki Prawniczej
Wydział Prawa i Administracji
Uniwersytet Jagielloński, Kraków

Matematyka i poezja, czyli o granicach znaczenia

W swym eseju Czy matematyka jest poezją Michał Heller podkreśla pewne podobieństwo między matematycznym formalizmem i poetycką metaforą. Pisze: „Poezja próbuje wyrazić Niewyrażalne przy pomocy metafor, rozmycia reguł gramatycznych, nieoczekiwanych kontrastów znaczeń. Matematyka wydaje się prozaiczna (…), ale ma również środki, by wyrazić – jak poezja – to, czego nie da się wyrazić w języku innym niż matematyka.” W referacie chciałbym pochylić się nad tą myślą.

Z jednej strony, jak twierdzę, matematykę i poezję łączy to, że dysponują one środkami wyrazu dotykającymi granic znaczenia, poza którymi rozciąga się już tylko bełkot. Z drugiej: matematyka jest w oczywisty sposób językiem innym niż język poetycki – ta pierwsza jest ścisła i (w zasadzie) pozbawiona nieostrości i otwartości, podczas gdy poeci z wieloznaczności i nieostrości uczynili swe podstawowe narzędzia warsztatowe. W referacie spróbuję pokazać, jak matematyka i poezja stanowią dwa sposoby rozwinięcia potencjału, który tkwi w konkretnym języku naszych codziennych doświadczeń – języku, który – jak pokazują współczesne nauki kognitywne – jest filo- i ontogenetycznie wcześniejszy od abstrakcyjnego języka matematyki i metaforycznego języka poezji.

Ewa Brzdęk

Instytut Pedagogiki Specjalnej
Wydział Pedagogiczny
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Jak uczy się matematyki dzieci niemówiące? Metody alternatywnej komunikacji. Zastosowanie urządzeń wysokiej technologii

Wśród osób z niepełnosprawnością wyróżniamy grupę osób ze specjalnymi potrzebami komunikacyjnymi. Zwracamy szczególną uwagę na dzieci z niepełnosprawnością ruchową, wykazujące brak mowy w zakresie produkowania i artykulacji dźwięków lub dzieci z ograniczoną umiejętnością wypowiadania się.

W procesie edukacji (również matematycznej) dzieci niemówiące wymagają specjalistycznego podejścia i zastosowania metod komunikacji alternatywnej i wspomagającej (AAC - Alternative and Augmentative Communication). Głównym celem referatu będzie przedstawienie ogólnej organizacji zajęć z matematyki, możliwych dzięki zastosowaniu alternatywnego, graficznego systemu porozumiewania się - PCS (Picture Communication Symbols) oraz pomocy prostych (tablic do komunikacji z symbolami), urządzeń wyższej i wysokiej technologii (komunikatorów elektronicznych, programu komputerowego Boardmaker do tworzenia symboli PCS, tabletu, specjalnych klawiatur, myszy komputerowych, przycisków dostosowanych do niepełnosprawności ruchowej i in.).

Krzysztof Cipora, Monika Szczygieł

Instytut Psychologii
Wydział Filozoficzny
Uniwersytet Jagielloński, Kraków

Lęk przed matematyką: teoria i wyniki walidacji kwestionariusza AMAS (Abbreviated Math Anxiety Scale) na polskiej próbie

Zarówno w środowisku naukowym, jak i w debacie publicznej podkreśla się znaczenie edukacji matematycznej pokazując zarówno jednostkowe jak i społeczne konsekwencje niskich umiejętności matematycznych (Butterworth i in. 2011). Lęk przed matematyką (Math anxiety) stanowi formę specyficznej reakcji lękowej na sytuacje związane z matematyką. Nie sprowadza się do ogólnej lękowości i jest jednym z czynników, które wydatnie wpływają na poziom osiągnięć matematycznych (Ashcraft i Ridley, 2005). Jego konsekwencje są bardzo różnorodne. Wysoki poziom lęku przed matematyką prowadzi do obniżenia motywacji do nauki, co z kolei prowadzi do powstawania kolejnych braków. Drugą bardzo poważną konsekwencją reakcji lękowej jest zaangażowanie pamięci roboczej (struktury pamięciowej odpowiedzialnej za bieżące przechowywanie i przetwarzanie informacji; Ashcraft i Ridley, 2005). W związku z tym podmiot mniejszą część zasobów poznawczych może przeznaczyć na wykonywanie zadania matematycznego, co wyraźnie obniża poziom wykonania. Wielu autorów postuluje, że trudne do wyjaśnienia różnice indywidualne uzyskiwane w zakresie wskaźników umysłowego przetwarzania liczb można przynajmniej częściowo wyjaśnić różnicami indywidualnymi w zakresie lęku przed matematyką.

Celem poniższej pracy jest zaprezentowanie polskiej wersji językowej kwestionariusza lęku przed matematyką Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS; Hopko i in., 2002). Walidacja narzędzia została przeprowadzona na grupie 857 studentów różnych uczelni (UJ, AGH, SWPS, PWSZ w Nowym Sączu) i kierunków (psychologia, pedagogika, prawo, nauki ścisłe). Narzędzie zostało sprawdzone pod względem rzetelności (alfa Cronbacha i metoda test-retest) i trafności (trafność zbieżna i rozbieżna). Poza kwestionariuszem AMAS osoby badane wykonywały: (1) kwestionariusz umiejętności matematycznych (samoocena), (2) kwestionariusz postaw wobec matematyki i innych przedmiotów szkolnych, (3) STAI (Inwentarz Stanu i Cechy Lęku; Spielberger i in., 1987), (4) kwestionariusz temperamentu FCZ-KT (Strelau i Zawadzki, 1993).

Oryginalny kwestionariusz opracowany w badaniach na próbie amerykańskiej poza wynikiem ogólnym obejmuje 2 skale: lęk przed uczeniem się matematyki (learning) oraz lęk przed byciem testowanym z matematyki (testing). Mimo iż narzędzie to jest bardzo krótkie (składa się z zaledwie 9 pozycji), charakteryzuje się bardzo dobrymi właściwościami psychometrycznymi.

Zarówno w środowisku naukowym, jak i w debacie publicznej podkreśla się znaczenie edukacji matematycznej pokazując zarówno jednostkowe jak i społeczne konsekwencje niskich umiejętności matematycznych (Butterworth i in. 2011). Lęk przed matematyką (Math anxiety) stanowi formę specyficznej reakcji lękowej na sytuacje związane z matematyką. Nie sprowadza się do ogólnej lękowości i jest jednym z czynników, które wydatnie wpływają na poziom osiągnięć matematycznych (Ashcraft i Ridley, 2005). Jego konsekwencje są bardzo różnorodne. Wysoki poziom lęku przed matematyką prowadzi do obniżenia motywacji do nauki, co z kolei prowadzi do powstawania kolejnych braków. Drugą bardzo poważną konsekwencją reakcji lękowej jest zaangażowanie pamięci roboczej (struktury pamięciowej odpowiedzialnej za bieżące przechowywanie i przetwarzanie informacji; Ashcraft i Ridley, 2005). W związku z tym podmiot mniejszą część zasobów poznawczych może przeznaczyć na wykonywanie zadania matematycznego, co wyraźnie obniża poziom wykonania. Wielu autorów postuluje, że trudne do wyjaśnienia różnice indywidualne uzyskiwane w zakresie wskaźników umysłowego przetwarzania liczb można przynajmniej częściowo wyjaśnić różnicami indywidualnymi w zakresie lęku przed matematyką.

Celem poniższej pracy jest zaprezentowanie polskiej wersji językowej kwestionariusza lęku przed matematyką Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS; Hopko i in., 2002). Walidacja narzędzia została przeprowadzona na grupie 857 studentów różnych uczelni (UJ, AGH, SWPS, PWSZ w Nowym Sączu) i kierunków (psychologia, pedagogika, prawo, nauki ścisłe). Narzędzie zostało sprawdzone pod względem rzetelności (alfa Cronbacha i metoda test-retest) i trafności (trafność zbieżna i rozbieżna). Poza kwestionariuszem AMAS osoby badane wykonywały: (1) kwestionariusz umiejętności matematycznych (samoocena), (2) kwestionariusz postaw wobec matematyki i innych przedmiotów szkolnych, (3) STAI (Inwentarz Stanu i Cechy Lęku; Spielberger i in., 1987), (4) kwestionariusz temperamentu FCZ-KT (Strelau i Zawadzki, 1993).

Oryginalny kwestionariusz opracowany w badaniach na próbie amerykańskiej poza wynikiem ogólnym obejmuje 2 skale: lęk przed uczeniem się matematyki (learning) oraz lęk przed byciem testowanym z matematyki (testing). Mimo iż narzędzie to jest bardzo krótkie (składa się z zaledwie 9 pozycji), charakteryzuje się bardzo dobrymi właściwościami psychometrycznymi.

Bronisław Czarnocha

Hostos Community College
City University of New York, New York

Bisocjacje jako wspólna baza twórczości zarówno człowieka jak i komputera i jako podkreślenie ich skrajnych różnic

Zostanie wprowadzone pojęcie bisocjacji to jest spontanicznego błysku wglądu który łączy uprzednio nie połączone i nie kojarzone, ale zachowane w świadomości przeżycia i doświadczenia – czyli moment Eureka, jako główny mechanizm powstawania twórczości opisany przez Artura Koestlera w "The Act of Creation" (1964).

Zostaną pokazane wspólne cechy teorii Koestlera z jednej strony, a z drugiej strony teorii Piaget'a i Vygotsky'ego.

Bisocjacja została ostatnio użyta jako narzędzie ułatwiające twórczą postawę uczniów i studentów w czasie zajęć z matematyki, (Prabhu, 2014) i jako podstawa nowej "dyscypliny naukowej, zwanej twórczością komputerową, która obejmuje symulacje i naśladowanie twórczości za pomocą, a może przy pomocy, komputera", Dubitsky i inni (2012).

Te dwa powiązane dualne aspekty bisocjacji, twórcza i kognitywna restrukturyzacja rozumienia podmiotowego (tj u osób) jako nagłego spontanicznego błysku, a z drugiej strony jako "aktu wyzwolenia – aktu pokonania nawyku przez oryginalność" sprawiają, że jest to użyteczny zabieg motywujący społeczność grupy uczniów w czasie zajęć z matematyki, niezależnie od tego, czy byli zainteresowani matematyką, czy też wręcz przeciwnie. Zauważenie tego zjawiska i pierwsze w pełni świadome implementacje bisocjacji do nauczania i uczenia się matematyki elementarnej były prowadzone przez Vrunda Prabhu w ramach projektu CUNY, korzystającego z grantu C3IRG 7, przyznanego grupie nauczycieli-badaczy w Hostos CC, Bronx, NYC in 2010.

Rozpoznanie bisocjacji koestlerowskich w ramach doświadczalnego nauczania uwidacznia bisocjację w układzie, co łączy dwie nieporównywalne strony jako matryce działania, ułatwiające otwartą, twórczą postawę nauczyciela w klasie.

Ostatnie sukcesy polskich uczniów w międzynarodowych badaniach PISA 2012 potwierdzają wpływ metod nauczania-badania, które były rozwijana w Projekcie PDTR (2005-2008) imienia Krygowskiej. Wydaje się, że ten sposób przygotowywania nauczycieli matematyki wyraźnie zdaje egzamin.

W prezentacji będą pokazane istotne cechy bisocjacji i przykłady twórczości naukowej w matematyce razem z ich analizą z punktu widzenia bisocjacji. Następnie przedyskutowana będzie twórczość komputera, jej modelowanie i narzędzia do jej badania, rozwijane przez uczestników Projektu BISON, grantu europejskiego, ukierowanego na badanie tej nowej dyscypliny.

W zakończeniu przedstawione będą podobieństwa i różnice w twórczości w matematyce, nauczaniu matematyki, i w twórczości komputera i przedstawione będą odpowiednie przykłady.

Maria Dąbrowa

Wydział Zarządzania i Turystyki
Małopolska Wyższa Szkoła Ekonomiczna w Tarnowie, Tarnów

Możliwości i znaczenie kształcenia matematycznego w studiowaniu kierunków ekonomicznych

Na kształcenie matematyczne i rolę edukacji matematycznej zwraca się uwagę na wszystkich poziomach kształcenia, od edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej począwszy. Jednakże na każdym poziomie kształcenia edukacja matematyczna posiada nieco inne znaczenie i pełni nieco inną rolę. Niniejsze opracowanie zostało poświęcone roli, jaką pełni matematyka w kształceniu studentów kierunków ekonomicznych. Niestety, pomimo bezspornej użyteczności metod matematycznych w tworzeniu i rozumieniu modeli ekonomicznych, w ostatnich czasach marginalizuje się znaczenie kształcenia matematycznego na tych kierunkach. W opracowaniu nakreślono wyniki badań, których celem było ustalenie znaczenia kształcenia matematycznego z punktu widzenia studentów i absolwentów kierunków ekonomicznych oraz ekonomistów – wykładowców. W oparciu o wyniki badań i przemyślenia własne zasygnalizowano problemy związane z realizacją kształcenia matematycznego na uczelniach ekonomicznych. W świetle tych rozważań, w oparciu o teorię dydaktyki matematyki, zwrócono uwagę na problem kultury i dojrzałości matematycznej studentów. Referat kończą spostrzeżenia i wnioski, stanowiące potwierdzenie tezy, zawartej w sposób niejawny w tytule: niewątpliwe znaczenie kształcenia matematycznego w edukacji ekonomicznej studentów nie idzie w parze z możliwościami edukacji matematycznej studentów.

Mirosław Dąbrowski

Instytut Matematyki
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki
Uniwersytet Warszawski, Warszawa

Tutoring koleżeński w doskonaleniu nauczycieli na przykładzie „matematycznego bąbla bydgoskiego”

Prowadzone badania międzynarodowe i krajowe oraz egzaminy zewnętrzne na każdym z trzech poziomów, tj. sprawdzian w klasie VI szkoły podstawowej, egzamin gimnazjalny i matura, przekazują podobny komunikat o efektach rozwijania umiejętności matematycznych uczniów w polskiej szkole na każdym szczeblu edukacji: polscy uczniowie opanowują, często do perfekcji, umiejętność rozwiązywania zadań typowych wedle utrwalonego schematu postępowania i mają duże trudności, gdy należy zastosować posiadaną wiedzę matematyczną w nowej, nietypowej z ich punktu widzenia, sytuacji. Nasza szkoła uczy matematyki w sposób instrumentalny, na ogół zupełnie pomijając kwestie jej relacyjnego rozumienia i w efekcie utrudniając transfer opanowanej wiedzy i umiejętności na sytuacje inne niż pierwotna sytuacja edukacyjna na lekcjach matematyki. Ten proces rozpoczyna się już na starcie do zorganizowanej edukacji czyli nawet w przedszkolu i trwa przez wszystkie kolejne lata nauki w szkole.

Z początkiem października 2012 roku ruszył w Bydgoszczy pod auspicjami IBE projekt „Dzieci myślą”, którego celem było uruchomienie procesu upowszechniania przez nauczycieli metodą tutoringu koleżeńskiego podejścia do rozwijania umiejętności matematycznych dzieci nastawionego na pobudzanie ich aktywności intelektualnej oraz organizowanie działań w strefie ich najbliższego rozwoju.

W tym celu:

- utworzono grupę samokształceniową nauczycieli nauczania początkowego zainteresowanych zmianą stylu swojej pracy;
- pozyskano wsparcie dyrektorów ich szkół oraz organów prowadzących w celu zapewnienia sprawnego funkcjonowania grupy;
- uruchomiono proces wzajemnego uczenia się od siebie oraz dalszego poszerzania przez nauczycieli z grupy samokształceniowej swoich kompetencji zawodowych, także poprzez wsparcie udzielane przez ekspertów zewnętrznych;
- stworzono warunki do przygotowania przez nauczycieli z grupy materiałów prezentujących ich przemyślenia i doświadczenia związane ze zmianami wprowadzanymi przez nich w codziennej pracy;
- uruchomiono proces upowszechniania wśród nauczycieli klas 1-3 spoza grupy samokształceniowej innego spojrzenia na cele edukacji matematycznej, na możliwości poznawcze dzieci, na styl własnej pracy i własny warsztat zawodowy.

Ponieważ organizacja projektu „Dzieci myślą” była bliska strategii „bąble nowego w morzu starego”, dla grupy samokształceniowej przyjęła się nazwa bydgoski bąbel matematyczny.

Bydgoski bąbel pokazuje, jak ważne dla wprowadzenia zmiany w stylu pracy szkoły jest uczynienie z procesu doskonalenia nauczycieli procesu społecznego, w którym nauczyciele mają okazję do rozmawiania o swojej pracy, do wymiany doświadczeń związanych ze zmianami wprowadzanymi w środowisko uczenia się dzieci, do wzajemnego wspierania się i inspirowania. Pokazuje także, że tutoring nauczycielski może być narzędziem, dzięki któremu tutoring koleżeński na lekcji staje się czymś naturalnym.

Urszula Foryś

Instytut Matematyki Stosowanej i Mechaniki
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki
Uniwersytet Warszawski, Warszawa

Co możemy opisać układem dynamicznym?

Układ dynamiczny to struktura matematyczna pozwalająca przewidzieć stan układu w przyszłości, jeśli znamy jego stan w bieżącej chwili t i jego (chwilowe) tendencje zmian. Czasami potrzebna jest także znajomość historii, co nie stanowi jednak przeszkody, ale prowadzi do zwiększenia wymiaru przestrzeni, w której układ rozpatrujemy.

Od wieków w ten sposób próbowano wyjaśniać przebieg różnych procesów biologicznych – Fibonacci zaobserwował, że liczebność populacji królików w chwili t zależy od liczebności w poprzednich chwilach t-1 oraz t-2. Możemy więc zbudować dyskretny układ dynamiczny opisujący zmiany wektora liczebności dwóch kolejnych generacji.

Kolejny „sztandarowy" przykład zastosowania układu dynamicznego do wyjaśnienia zjawiska naturalnego zawdzięczamy włoskiemu matematykowi. W pierwszej połowie XX wieku Vito Volterra opisał oddziaływania w układzie drapieżnik – ofiara za pomocą dwóch równań różniczkowych zwyczajnych i dzięki temu wyjaśnił, co się dzieje w tym układzie, gdy zwierzęta są odławiane. Okazało się, że odławianie zawsze działa na niekorzyść drapieżników, zmniejszając średnią wielkość populacji.

Obecnie układy dynamiczne są wykorzystywane praktycznie w każdej gałęzi zastosowań matematyki. Do najciekawszych i jednocześnie najmniej standardowych zastosowań należy modelowanie związków romantycznych. Idea pochodzi od Strogatza, który zastosował prosty, liniowy model, który pozwala przewidzieć, związki między jakiego typu partnerami mają szansę przetrwać. S. Rinaldi, badając układy nieliniowe, wyjaśnia fenomen „pięknej i bestii", a z kolei Gottmann zastosował dyskretny układ dynamiczny w praktyce – dzięki niemu w swojej klinice terapii małżeństw był w stanie z dość dużą dokładnością przewidzieć, czy dana para się rozwiedzie, czy nie.

W moich własnych badaniach zajmuję się głównie modelowaniem dynamiki procesów nowotworowych. Włączając do modelu różnego rodzaju terapie (chemioterapia, radioterapia, niestandardowe terapie, jak immunoterapia, terapia antyangiogenna) możemy testować dowolne protokoły terapeutyczne, co nie jest możliwe w rzeczywistym świecie. Mam nadzieję, że w przyszłości wyniki takich analiz pomogą opracować skuteczniejsze metody leczenia i przyczynią się do zmniejszenia śmiertelności chorych z chorobami nowotworowymi.

Joanna Galant

XXIII Liceum Ogólnokształcące im. Nauczycieli Tajnego Nauczania, Lublin

Matematyczno-logiczny transfer w nauczaniu języka angielskiego na różnych etapach edukacyjnych

W obecnych czasach, gdy jedyną stałą są zmiany, a zawrotne tempo ich następowania sprawia, iż stajemy wciąż przed nowymi wyzwaniami, największym bogactwem każdego człowieka jest, według słów Briana Tracy'ego, potęga mózgu. Stąd też uczenie się, rozumiane jako nieustanny proces szybkiego przyswajania i rozumienia nowych informacji oraz ich zapamiętywania, proces będący podstawą edukacji, wymaga coraz to większego zaangażowania i zmiany podejścia zarówno ze strony nauczycieli jak i uczniów.

Pragnienie zadośćuczynienia owym wymaganiom skłoniło autorkę artykułu do przekraczania granic zakreślonych przez metodykę nauczania języka angielskiego i poszukiwań uniwersalnych, a jednocześnie bliskich metod rozumowania mających swe korzenie w logice i matematyce.

Wprowadzenie na zajęciach języka angielskiego elementów nauczania abstrakcyjnego, umiejętności argumentowania i wnioskowania, indukcji i dedukcji przynosi wymierne, bo interdyscyplinarne korzyści kształcące dla uczniów, bez względu na wiek, czy szkołę do której uczęszczają. Pozwala dostrzec w praktyce, iż pewne zagadnienia z logiki znacznie ułatwiają nie tylko zrozumienie zasad gramatyki języka Shakespeare'a, ale również prawidłowy przekaz komunikatu i wpływają na jasność wyrażania myśli. W ten sposób następuje przeniesienie, swoisty transfer logiczno-matematyczny w sferę nauczania-uczenia się języka angielskiego stymulujący ogólny rozwój wszystkich zaangażowanych w ten proces jednostek.

Agata Hoffmann

Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Wrocławski, Wrocław

M.C. Escher - inspiracja dla nauczyciela matematyki

Transgresję rozumie się jako możliwość pokonywania granic, barier. Matematyka jest dyscypliną, której przyswajanie wiąże się z nieustannym przekraczaniem granic. Są to zarówno granice percepcji, jak i opisu, a także rozumienia pojęć oraz przeprowadzania rozumowań. Jeśli nauczyciel będzie potrafił przekroczyć granicę wykorzystania sytuacji spotkania się różnych dyscyplin, to przygotowana przez niego propozycja może ułatwić uczniom pokonanie niektórych barier związanych z uczeniem się matematyki.

Często, prace artystów plastyków, nauczyciele matematyki wykorzystują tylko wizualnie – jako ładną ilustrację – model rozważanego pojęcia czy zagadnienia (u M.C. Eschera też znajdziemy takie przykłady np. ilustracja wstęgi Möbiusa z mrówkami). Na przykładzie wybranych prac M.C. Eschera przedstawię przykłady ich wykorzystania trochę głębszego, bardziej transgresyjnego.

Chcemy, by nasi uczniowie umieli myśleć kreatywnie. Warunkiem koniecznym zaistnienia kreatywności jest umiejętność innego, nietypowego spojrzenia na rozważaną sytuację. By umiejętność taką zainicjować, należy podać jej egemplifikacje. Wiele bardzo kreatywnych podejść do różnych sytuacji znajdziemy właśnie w pracach M.C. Eschera.

Szczególne miejsce w pracach M.C. Eschera zajmuje przejście miedzy drugim a trzecim wymiarem. Wiele prac pokazuje nam te światy równocześnie. Można je wykorzystać do głębszego doświadczenia występujących w nich różnic.

Uczniowie mają często trudności z zauważeniem wystąpienia rozważanych izomerii (symetrii, obrotów, przesunięć). Parkietaże escherowskie mogą posłużyć jako świetny punkt wyjścia do ich rozróżnienia i określenia, a także do samodzielnego stworzenia swojego własnego projektu mozaiki z wykorzystaniem wspomnianych przekształceń geometrycznych.

Do bardzo trudnego dla uczniów pojęcia nieskończoności M.C. Escher podchodził z wielu stron. Zauważenie i przedyskutowanie tych sytuacji może przybliżyć uczniom i to pojęcie.

W pracach M.C. Eschera często znajdziemy przedstawienia różnych brył – szczególnie wielościanów. Wykorzystując wielość sposobów ich przedstawienia możemy przeprowadzać pewne rozumowania – stawiać hipotezy i próbować je zamieniać w twierdzenia. Zauważenie zaistniałych sytuacji, opisanie ich oraz przeprowadzenie rozumowań jest bardzo ważne w procesie uczenia się matematyki, a rozważane prace (wykorzystane jako punkt wyjścia) dają nam do tego okazję. W rozważania możemy włączyć przykłady figur niemożliwych, co często zwiększa zainteresowanie uczniów.

Z niektórych zaprezentowanych przykładów nauczyciele mogą skorzystać zarówno na różnych poziomach edukacji, jak i z uczniami o różnych możliwościach edukacyjnych. W każdym z tych przypadków, sytuacja zostanie rozważona na tyle głęboko, na ile pozwolą

Mateusz Hohol

Katedra Filozofii Przyrody
Wydział Filozoficzny
Uniwersytet Papieski Jana Pawła II, Kraków;
Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych

Język a matematyka. Perspektywa rozwojowo-kognitywna

Galileusz stwierdził, że „księga przyrody zapisana jest językiem matematyki”. Stwierdzenie to prowadzi do wielu pytań, w tym filozoficznych. Przedmiotem niniejszego referatu będzie natura poznania matematycznego (mathematical cognition). Czy – a jeśli tak to w jakim stopniu – Galileuszowy „język przyrody” wyrasta z ludzkich zdolności komunikacyjnych, ukształtowanych w toku ewolucji biologicznej i kulturowej?

Wielu wybitnych matematyków i fizyków – np. Einstein, Penrose czy Connes – stanowczo sprzeciwia się analogiom pomiędzy językiem naturalnym a strukturami matematycznymi. Opierając się głównie na introspekcji, twierdzą oni, że dostęp do struktur matematycznych wiąże się raczej z reprezentacjami wizualnymi niż propozycjonalnymi. W podobnym tonie utrzymane są teorie niektórych badaczy poznania matematycznego. Dehaene’owski „zmysł liczby” bliższy się zdolnościom percepcyjnym niż językowym, a międzykulturowe badania Butterwortha wskazują na niezależność rudymentarnych zdolności numerycznych od zasobu liczebników danego języka.

Z drugiej strony, wyniki badań Elizabeth Spelke, wskazują na istotną rolę języka w rozwoju zdolności numerycznych. Co więcej, na gruncie propozycji teoretycznej Lakoffa i Núñeza, zarówno język, jak i poznanie matematyczne są „ucieleśnione”, w tym sensie, że wykorzystują system metafor pojęciowych, kształtujących się na drodze interakcji organizmu ze środowiskiem.

W referacie będę starał się nie tylko poddać ocenie wymienione wyżej propozycje. Argumentował będę za tezą, że dyskusja nad poruszanym tematem powinna uwzględniać adekwatną wizję języka, wyłaniającą się ze współczesnych badań empirycznych. W szczególności niezbędnym krokiem jest odrzucenie teorii optujących za wrodzonością języka (Chomsky) na rzecz przyjęcia wizji ucieleśnionego umysłu, gotowego na przyjęcie języka (m.in. Arbib). Wykorzystywał będę wyniki badań i teorie z zakresu psychologii rozwojowej i poznawczej, neurokognitywistyki oraz lingwistyki kognitywnej.

Jakub Jernajczyk

Katedra Sztuki Mediów
Wydział Grafiki i Sztuki Mediów
Akademia Sztuk Pięknych im. Eugeniusza Gepperta we Wrocławiu, Wrocław

Myśląc obrazem – rola percepcji i wyobraźni wzrokowej w matematyce i edukacji matematycznej

Rudolf Arnheim w książce Myślenie wzrokowe podkreśla, że „twórcze myślenie w każdej dziedzinie poznania to myślenie percepcyjne”. Poznawcza rola obrazu stanowić będzie główną oś mojej prezentacji. Klasyczne przykłady wizualizowania zagadnień matematycznych zamierzam zderzyć z nowymi możliwościami, jakie stwarzają ruchome i programowalne media cyfrowe. Posługująca się tymi mediami sztuka współczesna również może i powinna odgrywać ważną rolę w przybliżaniu problemów naukowych. Dla poparcia tej tezy przedstawię przykłady prac artystycznych inspirowanych matematyką. Będą to dzieła artystów związanych z wrocławską Akademią Sztuk Pięknych oraz próbki mojej własnej twórczości. W pracach tych obok wymiaru estetycznego równie ważny jest aspekt poznawczy. Przedstawione zostaną także wybrane prace studentów wrocławskiej ASP, odnoszące się do różnych obszarów matematyki, które zostały zrealizowane w ramach prowadzonego przeze mnie autorskiego przedmiotu „Elementy Nauk Ścisłych w Sztuce”.

Alina Kalinowska

Katedra Wczesnej Edukacji
Wydział Nauk Społecznych
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Olsztyn

Dziecięce badania matematyczne we wczesnej edukacji jako kontekst odkrywania prawidłowości

Zajmowanie się matematyką przez uczniów klas najmłodszych może przejawiać się w zróżnicowany sposób wykreowany przez odmienne założenia systemowe, koncepcyjne czy wręcz filozoficzne. Aktywność badawcza uczniów łatwiej kojarzona jest z naukami przyrodniczymi niż z matematyką. Już sam ten fakt może być czynnikiem ograniczającym liczbę szkolnych doświadczeń tego typu. W propozycjach podręcznikowych pojawiają się ćwiczenia zachęcające uczniów do badania, ale mają one specyficzną formę (często polegają na powtórzeniu działań nauczyciela czy kolejnych kroków zapisanych w książce). Tekst jest próbą pokazania, jak potocznie rozumiana jest matematyczna aktywność badawcza najmłodszych uczniów, a także namysłu nad innymi propozycjami jej postrzegania i kreowania na lekcji. Odkrywanie prawidłowości matematycznych może być efektem badania rzeczywistości. Warunki sprzyjające budowaniu i deklarowaniu prawidłowości wymagają szczególnych sytuacji poznawczych. Uczniowie klas najmłodszych mają szansę rozwijać tę ogólnointelektualną umiejętność, przede wszystkim dzięki wykreowanym w tym celu specyficznym sytuacjom badawczym. Niezbędny jest więc namysł nad sposobami uruchamiania takiej właśnie aktywności dziecięcej w szkole.

Maria Korcz

Wydział Pedagogiki
Wyższa Szkoła Humanistyczna, Leszno

Czy nowe wyzwania pogłębiają stare problemy związane z kształceniem nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej

Zachowanie w kształceniu nauczycieli odpowiednich proporcji między wiedzą profesjonalną (rozumianą jako ogólna wiedza psychologiczna i pedagogiczna), wiedzą przedmiotową i doświadczeniem praktycznym zawsze było trudnym zadaniem. Dotychczas istotne deficyty pojawiały się zwłaszcza w zakresie wiedzy przedmiotowej bowiem, przy obowiązującym w Polsce w klasach I –III modelu nauczania zintegrowanego kształcenie przedmiotowe musi obejmować wszystkie przedmioty wchodzące w skład edukacji wczesnoszkolnej.

Zachodzące w ostatnich dwóch dekadach postmodernistyczne procesy społeczne, a na gruncie pedagogiki rezygnacja z idei Herbarta na rzecz pedagogiki holistycznej, zmieniły w istotny sposób spojrzenie na rolę nauczyciela. Współcześnie konieczne jest wykształcenie nauczycieli o nowych, innych niż dotychczas, kompetencjach. Te nowe wyzwania nie tylko rodzą nowe problemy, ale niejednokrotnie pogłębiają te już istniejące. W referacie zostaną one pokrótce omówione, również w aspekcie pewnych rozwiązań formalnych zawartych w dokumentach ministerialnych.

Wioletta Kozak

Centralna Komisja Egzaminacyjna
Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa

Matematyczne imponderabilia w edukacji polonistycznej

Jedną z najważniejszych zalet podstawy programowej z 2008 roku, iż do najważniejszych umiejętności zdobywanych przez ucznia w trakcie kształcenia ogólnego na III i IV etapie edukacyjnym należą:

• czytanie – umiejętność rozumienia, wykorzystywania i refleksyjnego przetwarzania tekstów, w tym tekstów kultury, prowadząca do osiągnięcia własnych celów, rozwoju osobowego oraz aktywnego uczestnictwa
w życiu społeczeństwa;

• myślenie naukowe – umiejętność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa;

• umiejętność komunikowania się w języku ojczystym (…), zarówno w mowie, jak i w piśmie;

• umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji.

O ile czytanie, komunikowanie się w języku ojczystym oraz umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji nie są czymś nowym i zaskakującym, o tyle wprowadzenie konieczności myślenia naukowego stanowić będzie wyzwanie dla szkolnej edukacji. Zasadniczym problemem jest zrozumienie, czym jest myślenie, jakie są wyznaczniki myślenia naukowego, a przede wszystkim – na czym polega myślenie naukowe w edukacji polonistycznej .

W moim przekonaniu istnieje potrzeba równoległego kształtowania umysłu uczniów, łączenia rozumowania opartego na logice z myśleniem kreatywnym.

Choć od lat zadawane jest pytanie, czy każda dziedzina nauki „mówi” własnym językiem, to jednak wszystkie łączy język jako narzędzie określania i komunikacji w procesie poznania. Tym wspólnym językiem w edukacji polonistycznej i matematycznej jest język symboli. Oba te przedmioty w różnym stopniu wprowadzają uczniów w świat symboli, znaczeń przenośnych, tworząc uniwersalny język zdolny w każdym wypadku dotrzymywać kroku temu, co się nazywa rozumem (Gadamer, Język i rozumienie, s. 27).

Dorota Kraska

Powiatowy Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli i Doradztwa Metodycznego, Konstantynów Łódzki

Salvadore Dali jako przykład integracji matematyki z językiem polskim i wiedzą o kulturze w szkole ponadgimnazjalnej

W swoim wystąpieniu chciałabym zachęcić wszystkich nauczycieli do motywowania uczniów do uczenia się matematyki poprzez pokazanie, że nie jest ona tylko nauką ścisłą, że jest wykorzystywana również przez artystów wszelkich rodzajów sztuki.

Jedną z takich osób jest Salvadore Dali, który w swoich obrazach wykorzystuje wiedzę matematyczną oraz fizyczną. Mnie zainspirowały trzy obrazy tego artysty, w których związek z matematyką jest ewidentny: „Twarz wojny”, „Ostatnia wieczerza” i „Ukrzyżowanie”.

Zaproponowałam swoim uczniom projekt interdyscyplinarny korelujący matematykę z Wiedzą o kulturze.

Chciałabym opowiedzieć o tym, jak projekt jest zorganizowany, czego oczekuję od uczniów, jakie są kryteria oceny z matematyki oraz z Wiedzy o kulturze.

Magdalena Kubat

Instytut Matematyki
Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Język i precyzja w definiowaniu matematycznych struktur na przykładzie nietypowego wielościanu

Matematyka potrzebuje precyzji, dokładności. Aby jednak zajmować się nauką konieczne są pewne narzędzia. Nie da się operować definicjami tylko w kontekście matematycznym – bez użycia słów, języka. Na przykładzie pewnego niekonwencjonalnego wielościanu postaram się odpowiedzieć na pytanie: jak ważny w matematyce jest język i ile może być pomyłek przy niedokładnym zdefiniowaniu matematycznych treści.

Anna Kucharzewska

Instytut Matematyki
Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Matematyka z pudełka

Dzieci są kreatywne, ciekawe świata i na każdym kroku manifestują swoją pasję poznawczą. Niestety w momencie pójścia do szkoły ich pasja zanika. Dlaczego tak się dzieje w przypadku uzdolnień matematycznych?

Czym są uzdolnienia matematyczne? A czym jest właściwie matematyka, czy istnieje zadowalająca definicja, czy istnieją warunki konieczny i wystarczający do jej zdefiniowania? Czy skoro, nie da się jednoznacznie zdefiniować matematyki, można jej właściwie nauczać? Czym jest właściwe nauczanie matematyki? Czy istnieje zadowalający model nauczania?

Kolejne próby reformowania nauczania matematyki w Polsce doprowadziły do powstania matematyki z pudełka – jako tworu sztucznego, nie tylko nie mającego nic wspólnego zarówno z prawdziwym obliczem matematyki, ale także będącym tworem zupełnie nieprzydatnym nie tylko do zdawania egzaminów i testów, ale także nieprzydatnym w życiu codziennym. A przecież szkoła nie tylko ma przygotowywać przyszłych matematyków, co w masowym systemie szkolnictwa jest nierealne, ale także ma przygotowywać do dorosłego życia i codziennego stosowania matematyki. Podane zostaną przyczyny tego zjawiska oraz próby reagowania i poprawy tej sytuacji.

Anna Laskowska[1], Ewa Jaworska-Bylica[2]

[1] Uniwersytet Zielonogórski
[2] Poradnia Zdrowia Psychicznego w Żarach

Czy matematyczna lektura może fascynować?

Książka „Banda Niewidzialnej Ręki” autorstwa L. Cendrowskiego, wydana w 1960 roku jest adresowana do uczniów piątej klasy szkoły podstawowej wg ówczesnego programu nauczania matematyki. Autor książki posługując się opowiadaniem wakacyjnych przygód dzieci (na modłę aktywności zastępu harcerskiego) wprowadza matematyczne zagadnienia takie jak: prędkość, droga i czas na przykładach wielu zadań, w szczególności doganianie i mijanie się dwóch pojazdów (podmiotów).

Lektury matematyczne, które uczą nowych pojęć i rozwijają zainteresowania uczniów, a zarazem bawią, są cennym uzupełnieniem szkolnej nauki. Napisana z wielkim talentem dydaktycznym i znawstwem psychiki dziecka stanowi niejako kronikę metod nauczania polskich nauczycieli – absolwentów Seminariów Nauczycielskich Treść książki ciągle aktualna, a jej sposób przekazania kiedyś fascynował ucznia, teraz po latach nauczyciela.

Maria Legutko

Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Trudne do osiągnięcia umiejętności matematyczne na podstawie wyników egzaminów i badań międzynarodowych

Wysokie poziomy umiejętności matematycznych osiąga na egzaminie gimnazjalnym nie więcej niż 20% uczniów; poziom rozszerzony na maturze w latach 2010 -2013 wybrało 11-12% spośród gimnazjalistów, którzy kontynuowali naukę w ponadgimnazjalnych szkołach kończących się maturą. W międzynarodowych badaniach PISA /OECD wysokie poziomy P5 i P6 osiąga około 10% uczniów gimnazjum, w ostatnich badaniach w 2012 roku liczba tych uczniów wzrosła do 16,7%. Jak zwiększać liczbę uczniów zainteresowanych osiąganiem wysokich umiejętności matematycznych?

Jedna z możliwych odpowiedzi: Przyjrzyjmy się, z jakimi umiejętnościami uczniowie mają największe trudności i pomóżmy je im pokonać.

Umiejętności trudne do osiągnięcia na egzaminach gimnazjalnych z lat 2002-2012 pokazane będą na przykładach zadań, których poziom wykonania był poniżej 0, 20 współczynnika łatwości zadań.

Szczegółowo omówiona będzie jedna z tych umiejętności a pomoc dla uczniów i nauczyciela poddana dyskusji.

Renata Malejki

Instytut Matematyki
Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Uwagi dotyczące języka matematycznego i logiki w nauczaniu matematyki

Pochodząca od niemieckiego matematyka i filozofa Fridricha Fregego (18 XI 1848–26 VII 1925) logika współczesna jest nazywana logiką matematyczną lub symboliczną. Jest ona teorią o logicznych systemach znaków i schematach niezawodnych, tzn. takich, które od prawdziwych przesłanek prowadzą do prawdziwych wniosków. Frege przypisywał logice zadanie odkrywania prawdy w myśleniu, nie zaś praw dotyczących myślenia. Logice bliżej jest do filozofii niż do psychologii.

Logika ma zastosowanie zarówno w naukach matematycznych, fizycznych, w dziedzinie nauk technicznych, prawnych, w ekonomii, jak i również w sytuacjach pracy organizacyjnej i w życiu codziennym. Uczy poprawnego formułowania myśli i argumentowania.

O wypowiedzi mówimy, że jest poprawna (poprawna logicznie) wtedy, gdy jest ona ścisła i jednoznaczna oraz w sposób uporządkowany wyraża nasze myśli. W książce Wykłady o nauczaniu matematyki Stefan Turnau zwraca uwagę na to, że ścisłość nie jest wartością zastrzeżoną wyłącznie dla matematyki. Jednak język matematyki uchodzi – i słusznie – za wzór ścisłości.

Zaczynanie nauki matematyki od teoretycznego kursu logiki byłoby poważnym błędem zarówno dydaktycznym, jak i psychologicznym. Jednak nauczyciel musi znać logikę dobrze, ponieważ jego język musi być o wiele bardziej precyzyjny od języka ucznia. Uczeń bowiem poznaje język matematyki i logiki na razie tylko przez osłuchanie, bez analizy jego budowy. Musi wiec słyszeć język poprawny.

Poprawne i konsekwentne używanie spójników logicznych w wypowiedziach słownych, w zapisie na tablicy i w zeszycie ułatwia uczniom zrozumienie zagadnień, które uważa się za trudne. Wszędzie gdzie jest potrzebne należy wyraźnie używać kwantyfikatorów, ponieważ początkowo uczniowie nie wyczuwają, kiedy w twierdzeniu jest ukryty kwantyfikator ogólny, a kiedy szczegółowy. Równie istotną kwestią podjętą w pracy są błędy przy negacji zdania (popełniane przez uczniów). Często nie odróżniają też zdania prostego (w postaci implikacji) od zdania odwrotnego (w postaci implikacji odwrotnej) oraz błędnie uważają, że oba te zdania mają tę samą wartość logiczną.

Każdy nauczyciel bywa od czasu do czasu pytany o cel i sens uczenia logiki. Wybitny polski uczony, Tadeusz Kotarbiński, zwykł był w takich sytuacjach mawiać: "pytanie na co komu logika?" powinno być rozpatrywane jako część szerszego problemu: "na co człowiekowi rozum?". Każdy kto wie, do czego służy rozum, jest świadomy potrzeby kształcenia zdolności do jasnego myślenia, ścisłego wypowiadania się i poprawnego uzasadniania głoszonych tez.

Anna Malenda

Instytut Pedagogiki
Wydział Nauk Społecznych
Uniwersytet Gdański, Gdańsk

Uczeń uzdolniony matematycznie w percepcji badacza oraz rówieśnika

Powszechnie za ucznia zdolnego uważa się takiego, który uzyskuje bardzo wysokie wyniki w nauce, który ma wyjątkowe, nadzwyczajne osiągnięcia w obszarze jednej dziedziny wiedzy lub predyspozycje do zdobycia sukcesów w wielu dyscyplinach naukowych.

Ustalenie kryteriów zdolności, czyli sposobów identyfikowania uczniów zdolnych zależy od przyjętej koncepcji zdolności. Ze względu na różnorodność tych koncepcji trudne jest określenie jednoznacznych, uniwersalnych kryteriów zdolności. Diagnozowanie psychologiczne opiera się na pomiarze inteligencji poprzez zastosowanie odpowiednich testów. Jednakże współczesne koncepcje zdolności uznają iloraz inteligencji za niewystarczający wskaźnik zdolności. Zwraca się uwagę m.in. na znaczenie środowiska zewnętrznego, myślenia twórczego, motywacji.

W swych badaniach chciałam poznać ucznia zdolnego w kontekście jego podejścia do matematyki jako dyscypliny naukowej, jego zainteresowanie matematyką, stosunku do uczenia się matematyki. Interesuje mnie jak ów uczeń rozwiązuje zadania, jakie strategie przy tym podejmuje, a także jakie ma zainteresowania, jak tworzy relacje z nauczycielami, rodzicami i rówieśnikami. Jakie ważne dla siebie osoby spotkał, co zawdzięcza szkole i kolegom.

W obszarze moich penetracji badawczych znalazło się również postrzeganie ucznia zdolnego matematycznie przez jego rówieśnika, a ściślej mówiąc: rozpoznawanie ucznia zdolnego przez rówieśnika, jego stosunek do zdolności matematycznych kolegi, do cech osobowych ucznia zdolnego oraz relacje budowane przez rówieśników w z uczniem zdolnym.

Jarosław Mrozek

Instytut Filozofii, Socjologii i Dziennikarstwa
Wydział Nauk Społecznych
Uniwersytet Gdański, Gdańsk

Filozoficzno-metodologiczne podstawy rozumienia matematyki

Studiowanie – czy też ogólniej – poznawanie matematyki nieodłącznie wiąże się zagadnieniem rozumienia matematyki. Nie można wyobrazić sobie uprawiania matematyki – w sensie uczenia się jej czy też tworzenia nowej – bez jej rozumienia. Referat jest próbą wyjaśnienia jaka jest struktura procesu rozumienia: pojęć, definicji, twierdzeń czy teorii matematycznych.

Rozumienie jest rodzajem poznania pośredniego, gdyż jedynym sposobem skierowania uwagi na to, co chcemy zrozumieć jest pewien tekst matematyczny: pisany, mówiony czy „myślany”. Ten rodzaj poznania dotyczy – jakby to powiedział Karl R. Popper – obiektów „trzeciego świata”. Polega na uchwyceniu stosunków, które wyznaczają sens obiektu rozumienia a „objawia się” umiejętnością zastosowania tego, co rozumiemy w różnych kontekstach.

Wydaje się, że na płaszczyźnie teoretycznej (w dziedzinie przedmiotowej matematyki) można wyróżnić trzy podstawowe poziomy, na których przebiega proces rozumienia. Poziom pierwszy jest poziomem rozumienia znaczenia pojęć i terminów występujących w rozważaniach matematycznych. Matematyk musi mieć wiedzę, co dane symbole oznaczają oraz jakie znaczenia mają odpowiadające im pojęcia. Na poziomie drugim rozumienie dotyczy struktury obiektu rozumienia. W tym przypadku chodzi o ustalenie sensu sekwencji użytych pojęć i terminów matematycznych. Trzeci poziom – rozumienie roli obiektu rozumienia – jest ustalaniem sensu obiektu rozumienia w kontekście większej całości czyli jest rozpoznaniem tła problemu.

Rozumienie matematyki – aby było dostatecznie głębokie – winno uwzględniać, oprócz teoretycznej, także przynajmniej trzy inne płaszczyzny rozumienia: historyczną, metodologiczną i filozoficzną. Postulatem płynącym z powyższych rozważań jest zalecenie by w procesie studiowania matematyki uwzględniać zarówno historię matematyki jak i filozofię matematyki, pominięcie których sprawia, że rozumienie matematyki jest powierzchowne i niepełne.

Elżbieta Mrożek

Instytut Matematyki
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki
Uniwersytet Gdański, Gdańsk

Wybrane zagadnienia edukacji matematycznej oczami dzieci i przyszłych nauczycieli

Podczas wystąpienia przedstawię wyniki badań prowadzonych wśród studentów pedagogiki oraz uczniów klasy III szkoły podstawowej. Celem tego badania było sprawdzenie wiedzy matematycznej w obrębie wybranych treści nauczanych w klasach I-III. Obu badanym grupom przedstawiono zadanie, które polegało na ocenie poprawności oraz sensowności rozwiązania zaprezentowanego przez badacza. Podczas wystąpienia omówię typy poprawnych oraz niepoprawnych rozwiązań dla obu grup badawczych. Przedstawię także specyficzne różnice pomiędzy badanymi grupami.

Bohdan Józef Naumienko

Globalone
Wydział Projektów Międzynarodowych, Warszawa

Współczesna zintegrowana edukacja matematyczna: jaka bywa a jaka powinna być wdrożona

Wysoki poziom współczesnej polskiej matematyki i informatyki jest uznawany w Polsce i za granicą. Dlaczego więc powszechną wiedzę matematyczną, niezbędną w rozwoju kraju i w sprostaniu wyzwaniom XXI wieku, z trudnością można uznać za dostateczną, zwłaszcza wtedy, gdy mówimy o gospodarce innowacyjnej opartej na najnowszych technologiach informacyjnych i komunikacyjnych?

Jak zwykle w ocenie procesów społecznych nie istnieją łatwe rozstrzygnięcia. Wydaje się jednak, że zbyt częste traktowanie przez uczniów i studentów sprawdzianów i egzaminów matematycznych z perspektywy 3Z („Zakuć, Zaliczyć, Zapomnieć") wynika z dwóch dominujących czynników, zewnętrznych w stosunku do uczących się: po pierwsze, z braku zrozumienia konieczności przygotowania (w istocie od 1989r.) rządowej, spójnej listy powiązań pomiędzy najostrzejszymi wymaganiami kreatywnymi we wszystkich dziedzinach determinujących obecny rozwój cywilizacyjny Polski; i po drugie, wynika stąd dalej w sposób oczywisty z braku znajomości powiązań pomiędzy relacjami ustalonymi na tej potencjalnej liście oraz potrzebami emocjonalno-poznawczymi dzieci w wieku nauczania początkowego.

Wystąpienie niniejsze na przykładzie bisocjacji (bisociation) w nauczaniu zintegrowanym do III klasy szkoły podstawowej analizuje luki pomiędzy sposobem wprowadzenia fundamentalnych nawyków ścisłego myślenia, a potrzebami i możliwościami uczniów, wynikającymi z wszechobecnych na co dzień technologii informacyjnych i komunikacyjnych.

Janusz Nowak

Zespół Szkół Ekonomicznych
Uniwersytet Opolski, Opole

Postrzeganie matematyki wśród studentów - raport z badań

W pracy poruszona została problematyka, która dotyczy zagadnień z szeroko rozumianej dydaktyki matematyki. Są w niej zawarte wyniki badań przeprowadzonych wśród studentów Uniwersytetu Opolskiego i Politechniki Opolskiej nt.: postrzegania przez nich matematyki. Grupą badawczą stanowili studenci, którzy przeszli już całą ścieżkę elementarnej edukacji matematycznej w szkole podstawowej, gimnazjalnej i ponadgimnazjalnej. Większość badanych zdawała również na maturze obowiązkowo matematykę. W opinii autora osoby te mogą na chłodno i bez zbędnych emocji z perspektywy czasu ocenić swój stosunek do tego przedmiotu. Jako metodę badawczą zastosowano sondaż diagnostyczny. W metodzie tej wykorzystano technikę ankiety, a narzędziem badań uczyniono kwestionariusz ankiety.

Przyczynkiem do przeprowadzenia tych badań były odczucia społeczne, w których to matematyka jaki się jako przedmiot trudny i nielubiany. Ta, swego rodzaju, awersja wynika z niezrozumienia jej zawiłości oraz z tego, że łączy się ona w niepodzielną, zwartą i logiczną całość. W sytuacji, gdy występują choćby najmniejsze niedociągnięcia i braki w przyswajanej wiedzy, pewnym jest, że w niedalekiej przyszłości wystąpi deficyt lub chaos w zdobywanych przez uczących się wiadomościach, który spowoduje znacznie większą lukę.

Uzyskane wyniki należy uznać za interesujące i obiecujące, gdyż blisko 2/3 badanych studentów deklaruje, że lubi matematykę. Przez badanych jest ona postrzegana jako nauka, która uczy logicznego myślenia i ma zastosowanie w innych dziedzinach nauki. Najwięcej zwolenników matematyka ma pośród studentów studiujących nauki techniczne oraz ekonomiczne. Natomiast respondenci studiujący kierunki humanistyczne, którzy lubią matematykę są w mniejszości. Być może wyniki byłyby jeszcze korzystniejsze dla królowej nauk, gdyby nie zbyt silna medialna presja, w której to matematyka przedstawiana jest jako nauka trudna i nielubiana.

Urszula Oszwa

Instytut Pedagogiki
Wydział Pedagogiki i Psychologii
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin

Liczby w życiu codziennym - alfabetyzm matematyczny farmaceutów i polonistów

Celem prezentacji jest ukazanie zaradności matematycznej dwóch odmiennych grup zawodowych w procesie operowania liczbami w codziennym życiu. Zastosowano dwa kwestionariusze zadaniowe, oceniające deklarowaną i rzeczywistą wiedzę matematyczną badanych osób. Farmaceuci osiągnęli istotnie wyższy ogólny wynik w zakresie rzeczywistej wiedzy matematycznej od polonistów. W obu grupach poziom deklarowanej wiedzy matematycznej był wyższy niż poziom ich wiedzy rzeczywistej.

Antoni Pardała[1], Dosymhan Rakhymbek[2], Nurgali K. Ashirbayev[2]

[1] Katedra Matematyki
Wydział Matematyki i Fizyki Stosowanej
Politechnika Rzeszowska, Rzeszów
[2] Department of Mathematics
Science-Pedagogical Faculty
M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent

Współczesne matematyczne kształcenie - kryzys i przyszłość

Temat i problematyka referatu dotyczą jednego ze współczesnych nurtów badawczych dydaktyki matematyki: problemy kształcenia matematycznego uczniów i studentów w XXI wieku w różnych krajach i tradycjach kulturowych. W ślad za tym - zarówno w świecie, jak i w Polsce – organizuje się konferencje i badania naukowe dotyczące nauczania matematyki, jakości kształcenia matematycznego. I wnikliwie analizuje się korzyści, ujawnione skutki i braki: a) wprowadzonych ostatnio zmian w systemie edukacji i jego bolonizacji w danym kraju, b) wdrożonych reform kształcenia matematycznego i postulatów Procesu Bolońskiego. Autorzy referatu odwołują się do wyników badań, przykładów z obserwacji praktyki kształcenia matematycznego w Kazachstanie, Polsce i Federacji Rosyjskiej. Przy czym metodologię opracowania jego tematu oparli na analizie: a) adekwatnie dobranych publikacji z dydaktyki matematyki, b) dokumentów i raportów badań dotyczących reformy i jakości obecnego kształcenia matematycznego uczniów i studentów. Takie podejście metodologiczne pozwoliło im na: 1) podjęcie próby zarysowania podstaw teoretycznych

badania jakości kształcenia matematycznego, 2) sformułowanie diagnozy o stanie jakości kształcenia matematycznego, 3) ujawnienie przejawów kryzysu we współczesnym matematycznym kształceniu uczniów i studentów, 4) skonkretyzowanie wniosków dla poprawy jego funkcjonowania i zdawalności egzaminów z matematyki oraz „palących” problemów do dalszych badań. Opracowanie referatu ma charakter case study doświadczeń jego autorów i ich współpracowników z praktyki kształcenia matematycznego studentów matematyki, informatyki, a także doświadczeń nabytych od nauczycieli matematyki uczniów. Celem badawczym referatu jest wskazać, przybliżyć i opisać uwarunkowania jakości kształcenia matematycznego uczniów i studentów. Autorzy referatu próbują znaleźć odpowiedź na pytanie badawcze: jakie są opinie i stan wiedzy o skutkach wprowadzonych reform, informatyzacji i jakości współczesnego kształcenia matematycznego uczniów i studentów z perspektywy na dziś i na przyszłość ?

I w jego podsumowaniu wskazują na dwie strony tego samego medalu: matematyka i kształcenie matematyczne dla potrzeb przyszłości. Z jednej strony, istotne jest minimalizowanie i ograniczanie przejawów kryzysu i braków w kształceniu matematycznym współczesnego pokolenia uczniów i studentów. A z drugiej strony, kluczowe jest pytanie: jaka matematyka powinna być dla tego pokolenia uczniów i studentów, dla współczesnego zinformatyzowanego społeczeństwa? To znaczy, istnieje potrzeba: a) doskonalenia metodologii monitorowania problemów nauczania matematyki na każdym poziomie edukacji oraz diagnozowania jakości kształcenia matematycznego uczniów i studentów, b) monitorowania i wymiany światowych doświadczeń w reformowaniu kształcenia matematycznego dla potrzeb przyszłości, c) wnikliwego analizowania korzyści, skutków i braków stosowanych środków i metodyk nauczania matematyki, w szczególności w zakresie projektowania i wdrażania do praktyki nauczania kursów on line z matematyki i przedmiotów matematycznych.

Barbara Pieronkiewicz

Instytut Matematyki
Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Dydaktyka matematyki wobec wyzwań współczesności - inspiracje psychologiczne

Współczesny nauczyciel postawiony jest wobec nowych wyzwań edukacyjnych wynikających z przemian społeczno-ekonomicznych i pojawiania się nowych trendów cywilizacyjnych. Dziś nie wystarczy wiedza merytoryczna i umiejętności metodyczne. W szkole potrzebni są charyzmatyczni nauczyciele, z pasją wiedzy i drugiego człowieka.

U uczniów, których poznaję często obserwuję deprecjonowanie wartości i sensu kształcenia, tendencję do równania poziomu własnej wiedzy i osiągnięć z poziomem (często niższym niż przeciętny) środowiska, w którym funkcjonują oraz znamiona pustki egzystencjalnej.

Jak dotrzeć do takiego ucznia? Jak sprawić, by odkrył i rozwinął swój potencjał? Co zrobić, by rozbudzić w nim chęć do nauki?

W swoim wystąpieniu odwołam się do koncepcji psychologicznych, w zastosowaniu których widzę szansę na zapobieganie bezmyślności matematycznej uczniów oraz przeciwdziałanie występowaniu syndromu nieadekwatnych osiągnięć szkolnych w uczeniu się matematyki.

Jerzy Pogonowski

Zakład Logiki Stosowanej
Wydział Neofilologii
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza, Poznań

Twórcza rola patologii w matematyce

W literaturze matematycznej spotykamy określenia pewnych obiektów jako patologicznych. Termin ten jest nacechowany pragmatycznie, jego użycia związane są z przekonaniami dotyczącymi m.in.: standardowości, normalności, ,,dobrego zachowania się" rozważanych obiektów. Użycia te są też zrelatywizowane historycznie – obiekty niegdyś uważane za patologiczne bywają oswajane. Klasycznymi przykładami są m.in.: obiekty początkowo traktowane jako fikcyjne, których uznania wymaga jednak rozwój matematyki (np.: liczby ujemne oraz urojone), bądź obiekty specjalnie konstruowane (np.: zbiór Cantora, funkcje Peana, Hilberta, Minkowskiego, liczne konstrukcje w topologii ogólnej, itp.).

Twórczą rolę patologii w matematyce widzimy w tym, że proces ich oswajania stanowi motywację do rozwijania nowych teorii. Ponadto, patologie konstruowane specjalnie ukazują zasięg i ograniczenia stosowania odnośnych pojęć, konstrukcji, twierdzeń. W wielu przypadkach okazuje się, że standard i normalność stanowią mniejszość, a patologie są większością.

Oswajanie patologii polega m.in. na kreowaniu nowych intuicji matematycznych. Tworzone są one i stabilizowane np. w trakcie rozwiązywania paradoksów, polegającego po części na modyfikacji żywionych wprzódy intuicyjnych przekonań, pod wpływem uzyskanych twierdzeń. Patologiczność odgrywa również rolę w odróżnianiu modeli zamierzonych teorii od modeli ,,niechcianych".

W odczycie staramy się podać (siłą rzeczy, nieformalne) charakterystyki pojęć: standard, wyjątek, kontrprzykład, niespodzianka, patologia. Podajemy też kilka przykładów obiektów uważanych w swoim czasie za patologiczne, których oswojenie przyczyniło się do rozwoju wiedzy matematycznej. Powstrzymujemy się jednak od spekulacji wiążących uznawanie (w praktyce matematycznej) obiektów za patologiczne z deklaracjami faworyzowanymi przez poszczególne kierunki w filozofii matematyki.

Paweł Prysak

Katedra Matematyki
Wydział Finansów
Uniwersytet Ekonomiczny, Kraków

Analiza typowych matematycznych błędów studentów kierunków ekonomicznych

Głównym celem na pierwszym roku studiów ekonomicznych jest wyposażenie studentów w wiedzę i narzędzia pomagające im w nauce na wyższych latach studiów. Jednym z podstawowych przedmiotów jest matematyka, której elementy są bardzo potrzebne w trakcie całego okresu studiowania na Uniwersytecie Ekonomicznym.

W artykule przeanalizowano najczęściej popełniane błędy podczas rozwiązywania przykładowych zadań maturalnych z poziomu podstawowego i rozszerzonego. Przedstawiono wstępne wyniki badań ilościowych stanu matematycznego przygotowania rozpoczynających naukę studentów Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie w roku akademickim 2013/2014.

Na kierunkach takich jak: Finanse i Rachunkowość, Ekonomia, Informatyka Stosowana, Analityka Gospodarcza, Zarządzanie, Gospodarka Przestrzenna i inne przeprowadzono sprawdzian i na podstawie otrzymanych wyników oraz analizy pojawiających się błędów wyciągnięto odpowiednie wnioski, które stanowią punkt wyjścia do dalszych badań. Otrzymane informacje będą pomocne nauczycielom akademickim do odpowiedniego prowadzenia zajęć z przedmiotów matematycznych. Zaproponowano dalsze badania w kierunku polepszenia matematycznego przygotowania studentów oraz ułatwienia skutecznego studiowania na kierunkach ekonomicznych.

Anna Pyzara

Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin

Przyszli nauczyciele wobec modelowania matematycznego

Modelowanie matematyczne jest jedną z głównych umiejętności matematycznych wymienionych w podstawie programowej. Należałoby się zatem spodziewać, iż przyszli nauczyciele są zapoznani z tym zagadnieniem. Ale czy tak jest faktycznie?

Okazuje się, że w polskiej literaturze dydaktycznej trudno znaleźć informacje na temat modelowania matematycznego, także w programie studiów zazwyczaj nie pojawia się przedmiot „modelling". Jest to dość zaskakująca sytuacja, zważywszy na fakt, iż w literaturze światowej poświęca się temu zagadnieniu wiele uwagi, a nawet organizowane są konferencje dotyczące tylko tej tematyki.

Naukowcy zajmujący się modelowaniem matematycznym podkreślają jak ważna dla ucznia jest umiejętność rozwiązywania problemów pojawiających się w życiu codziennym (tj. umiejętność modelowania matematycznego). Zwracają uwagę na fakt, iż sama wiedza matematyczna jest oczywiście potrzebna, lecz niewystarczająca do sprawnego rozwiązywania takich problemów. Podają szereg kompetencji wykorzystywanych w procesie modelowania, które nie pojawiają się w „czystej" matematyce. Naukowcy podkreślają również, iż modelowania matematycznego można efektywnie uczyć się oraz nauczać.

Pomimo wielu sugestii za strony naukowców niewiele modelowania matematycznego pojawia się w codzienności szkolnej. W Polsce umiejętność modelowania postrzegana jest jako zapis w postaci funkcji, równania, układu równań itp. zależności matematycznych pojawiających się w rozważanej sytuacji. W mojej ocenie jest to rozumienie zbyt wąskie: prezentowane w podręcznikach zadania na ogół są zamknięte ze względu na dane, nie wymagają selekcji informacji, często w jednoznaczny sposób wskazują na matematyczne narzędzie. Skupiają się bardziej na kształceniu umiejętności czysto matematycznych, niż na poszukiwaniu transferu pomiędzy światem rzeczywistym a światem matematyki.

W mojej pracy ze studentami matematyki (przyszłymi nauczycielami) zauważyłam, iż ich postrzeganie modelowania matematycznego jest podobne, przy czym sama wiedza na temat tego zagadnienia jest niewielka. Postanowiłam sprawdzić jak zmienią się ich kompetencje dotyczące modelowania matematycznego, przy niewielkim nakładzie czasu poświęconym temu zagadnieniu. W szczególności skupiłam się na przedstawianiu modelu matematycznego w formie algorytmu.

Maciej Rosiński

Instytut Anglistyki
Wydział Neofilologii
Uniwersytet Warszawski, Warszawa

Metafory w nauczaniu matematyki: przykład zastosowania Teorii Metafory Pojęciowej

Na przestrzeni ostatnich lat językoznawstwo kognitywne wypracowało zestaw narzędzi do analizy dyskursu edukacyjnego kładąc szczególny nacisk na analizę metafor pojawiających się w języku uczniów oraz nauczycieli (Cameron, 2003). Główną pomocą jest tu Teoria Metafory Pojęciowej Lakoffa i Johnsona (1980; 1999), która odchodząc od poetyckiego charakteru omawianej figury retorycznej podkreśla zarówno jej wszechobecność w języku codziennym, jak również sugeruje, iż metafora odgrywa szczególną rolę w systemie poznawczym człowieka. Wychodząc z założenia, iż „istotą metafory jest rozumienie oraz doświadczanie pewnego rodzaju rzeczy w terminach innej rzeczy" (Lakoff i Johnson, 1988: 27) dydaktycy matematyki, jak również językoznawcy odnajdywali liczne przykłady myślenia metaforycznego w matematyce (Pimm, 1981; Bauersfeld i Zawadowski, 1987; Sfard, 1994; Lakoff i Núñez, 2000). W najnowszych pracach z tego zakresu podkreśla się przede wszystkim rolę ciała, często stanowiącego źródło z którego czerpana jest struktura pojęć matematycznych. Z perspektywy dydaktyki matematyki analiza dyskursu edukacyjnego w ramach Teorii Metafory Pojęciowej pomaga w opisie struktury pojęć matematycznych używanych przez uczniów, bądź nauczycieli na lekcjach lub w materiałach edukacyjnych. Przejawia się tu zasadnicza różnica pomiędzy pojęciami matematyki szkolnej a np. pojęciami używanymi w matematyce akademickiej pozornie kryjącymi się pod tymi samymi nazwami. Badania w paradygmacie kognitywnym pozwalają na uchwycenie poznawczych i cielesnych aspektów szkolnego rozumienia pojęć, które pozostają niewidoczne, gdy matematykę postrzega się jedynie jako twór formalny bądź zestaw idei.

W pierwszej części prezentacji zdefiniowana zostanie metafora pojęciowa a także kilka podstawowych terminów językoznawstwa kognitywnego koniecznych do omówienia wyników przeprowadzonych przeze mnie badań. W części drugiej zaprezentowane zostaną wyniki analizy pojęcia funkcji w dyskursie edukacji matematycznej. Pierwszym źródłem danych były trzy podręczniki do matematyki na poziomie gimnazjum; drugim, wywiady z trzema doświadczonymi nauczycielami gimnazjalnymi. Nauczyciele nie znali założeń badania a także nie byli wprost proszeni o używanie metafor. Przygotowani byli jedynie na „ogólną rozmowę o matematyce", zaś w jej trakcie usłyszeli pytania dotyczące pojęcia funkcji. Na bazie zebranego materiału udało wyróżnić się 6 grup metafor pojęcia funkcji. Wśród nich znalazły się przykłady takie jak: FUNKCJA TO MASZYNKA DO MIELENIA MIĘSA, czy też FUNKCJA TO SOCJALISTYCZNE PRZYPORZĄDKOWANIE. Istotnym aspektem badania, który podkreślę w prezentacji, jest fakt „dopełniania się" metafor. Mianowicie, żadna ze zidentyfikowanych metafor nie oddaje w pełni wszystkich aspektów omawianego pojęcia; każda uwypukla oraz ukrywa (Kövecses, 2002) poszczególne cechy charakteryzujące pojęcie funkcji i, choć rozpatrywane równocześnie metafory te są ze sobą niemożliwe do pogodzenia, tylko użycie co najmniej kilku metafor jest w stanie zadowalająco oddać wszystkie istotne cechy funkcji matematycznych.

Bożena Rożek

Instytut Matematyki
Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Dydaktyczne możliwości poznawcze badań eyetrackingowych w zakresie analizy procesu rozwiązywania zadania matematycznego

Aktualne badania wskazują na szerokie zastosowanie eye-trackera, urządzenia służącego do śledzenia ruchu gałki ocznej osoby badanej, w analizowaniu czytania tekstów oraz procesów poznawczych takich, jak uwaga, percepcja i wyobraźnia wzrokowa. Zainteresowanie tą metodą wzrasta wśród polskich badaczy, a wyniki badań wskazują na nowe możliwości eksperymentalne także w zakresie edukacji. Jednakże obecnie nie ma w Polsce prac opisujących badania z wykorzystaniem eye-trackera w zakresie dydaktyki matematyki.

W referacie zostanie przedstawiony fragment badań, w których wykorzystano technologię Eyetrackingowa. Zastosowanie tej metody wydaje się być uzasadnione szczególnie w badaniach nad procesem rozwiązywania zadań matematycznych, które wymagają wzrokowej analizy danych zamieszczonych na rysunku. Celem prezentowanych badań była analiza procesu rozwiązywania testowego zadania matematycznego wśród osób o różnym doświadczeniu matematycznym.

Dyskusji zostaną poddane nowe możliwości poznawcze jakie otwierają badania eyetrackingowe w zakresie głębszego poznania procesu uczenia się – nauczania matematyki.

Maria Samborska

Instytut Matematyki
Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Przekonania uczniów o stałości bądź zmienności inteligencji i zdolności oraz ich wpływ na proces uczenia się matematyki

Jednym z kierunków doskonalenia się nauczyciela matematyki powinno być pogłębianie wiedzy o procesach, które zachodzą w umysłach uczniów podczas nauki. Nauczyciel powinien być świadomy, jakie reakcje wywołują u uczniów jego postawa i kierowane do nich komunikaty. Badania ostatnich lat pokazują, że sposób komunikacji z uczniami ma znaczący wpływ na ich poglądy, a pośrednio również osiągane wyniki.

Badania prowadzone przez amerykańskich psychologów dostarczyły wielu dowodów na to, że przekonanie uczniów o stałości bądź zmienności cech takich jak inteligencja i zdolności ma wpływ na osiągane przez nich wyniki w nauce. Każdy z tych poglądów wiąże się z pewnymi typowymi zachowaniami ujawnianymi w trudnych sytuacjach, na przykład w obliczu porażki w nauce, i w znaczącym stopniu warunkuje reakcję ucznia na te sytuacje. Przekonanie o stałości cech skutkuje zwykle wycofaniem i poddaniem się, podczas gdy pogląd o ich zmienności powoduje u ucznia wzmożony wysiłek. Istotny dla nauczania matematyki jest fakt, że postawa nauczyciela i komunikaty kierowane do uczniów mogą zmienić ich poglądy, a zatem pośrednio również na typ reakcji na pojawiające się trudności.

W wystąpieniu przytoczone zostaną wyniki wspomnianych badań psychologicznych oraz wypływające z nich wnioski dotyczące nauczania matematyki. Przedstawione zostaną również obserwacje i wnioski z odbytych z uczniami rozmów.

Joanna Sęk

Instytut Matematyki
Wydział Matematyczno- Fizyczno- Techniczny
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Geometria dziewięciu punktów narzędziem do diagnozowania i rozwijania wybranych umiejętności matematycznych uczniów

Wśród zmian dokonujących się we współczesnej edukacji szczególnie zauważalna jest zmiana roli nauczyciela i ucznia w procesie nauczania i uczenia się. Obecnie ogromny nacisk kładziony jest na to, aby uczeń brał aktywny udział w procesie zdobywania wiedzy, a nie biernie przyswajał wiadomości przekazywane mu przez nauczyciela. Nauczyciel natomiast ma za zadanie kształtować przede wszystkim aktywną postawę ucznia w procesie kształcenia.

Niniejszy artykuł odnosi się do kształtowania wybranych aktywności matematycznych. W pierwszej części artykułu krótko przypominam wyróżnione przez dydaktyków matematyki aktywności matematyczne (ze szczególnym uwzględnieniem umiejętności posługiwania się definicją), zwracając uwagę na ich istotną rolę w procesie kształcenia. W drugiej części charakteryzuję narzędzie badawcze, które może być wykorzystane przez nauczyciela w pracy z uczniami. Zestaw proponowanych zadań, związanych z geometrią skończoną, stanowi w mojej ocenie źródło do kształtowania aktywności matematycznych, przede wszystkim związanych z umiejętnością: czytania tekstów matematycznych, rozumienia i korzystania z definicji, posługiwania się językiem symbolicznym oraz umiejętności argumentowania. W tej części artykułu prezentuję wyniki badań, które przeprowadziłam w 2013 r. w grupie uczniów szkół ponadgimnazjalnych oraz studentów matematyki, wykorzystując zaprezentowany wcześniej zestaw zadań. W trzeciej części artykułu stawiam hipotezy dotyczące przyczyn błędów popełnianych przez badanych oraz formułuję wnioski z przeprowadzonych badań, wskazując na obszary, na które należy zwrócić szczególną uwagę w planowaniu procesu nauczania i uczenia się.

Artykuł ten skierowany jest przede wszystkim do nauczycieli matematyki, którzy w swoich uczniach chcą rozbudzać ciekawość oraz kształtować aktywną postawę ucznia na lekcji matematyki.

Paulina Sosnowska

Zakład Filozoficznych Podstaw Pedagogiki
Wydział Pedagogiczny
Uniwersytet Warszawski, Warszawa

Metafizyka i liczby (Spotkanie na pograniczu nauk)

Celem wystąpienia jest wskazanie na związki, jakie w historii myśli zachodziły między pojęciami matematycznymi (w szczególności pojęciami liczb) a metafizycznymi obrazami świata. Chodzi o zwrócenie uwagi na te momenty, w których matematyka nabierała znaczenia pozamatematycznego, a także na te, w których świat pozamatematyczny odciskał piętno na wyobrażeniach i pojęciach matematycznych. Związki te zostaną zarysowane za pomocą trzech przykładów, dobranych zgodnie z chronologią zachodniej myśli: (1) liczby niewymierne, (2) problem zera i (3) twierdzenie Gödla.

Monika Szczygieł, Krzysztof Cipora

Instytut Psychologii
Wydział Filozoficzny
Uniwersytet Jagielloński, Kraków

Zmysł numeryczny (number sense) - diagnoza u dzieci w wieku wczesnoszkolnym ze wsi i miast. Założenia projektu i wstępne wyniki

Wielu badaczy uważa, że nabywane w szkole kompetencje matematyczne nie kształtują się wyłącznie poprzez oddziaływania dydaktyczne, ale u ich podłoża leżą wspólne człowiekowi i wielu gatunkom zwierząt zdolności umysłowe (por. Dehaene, 2011; Butterworth, 1999). Zestaw tych wrodzonych zdolności umysłowych określany jest mianem zmysłu numerycznego (number sense; Berch, 2005; Dehaene, 2011) i umożliwia m.in. szacowanie, porównywanie i określanie liczebności. Dehaene (2001) uważa, że zmysł numeryczny leży u podstaw poznania matematycznego i na nim nadbudowywane są bardziej złożone kompetencje.

Sprawność zmysłu numerycznego, rozumianego jako (1) zdolność liczenia, (2) wiedza o liczbach, (3) zdolność dodawania i odejmowania na zbiorach, oraz tempo jego rozwoju w wieku przedszkolnym wyjaśniają 2/3 wariancji w zakresie osiągnięć matematycznych pod koniec klasy pierwszej (Jordan i in., 2007). Osiągnięcia matematyczne na wczesnym etapie stanowią bardzo dobry predyktor późniejszych osiągnięć w tym zakresie (por. Siegler, 2009).

W badaniach amerykańskich wykazano niejednokrotnie, że jednym z czynników determinujących wczesne dysproporcje w zakresie umiejętności matematycznych jest status społeczno-ekonomiczny (SES; Siegler i Ramani, 2011). W środowiskach o niskim SES obserwowano deficyty w zmyśle numerycznym, które utrzymywały się przez cały okres kształcenia (Wilson i in. 2009). Dzieci pochodzące z rodzin o niskim SES osiągają gorsze wyniki w zadaniu szacowania na osi liczbowej (uznawanym przez niektórych autorów za najbardziej diagnostyczne dla zmysłu numerycznego; Siegler i Ramani 2008). Mają one także większe problemy z opanowaniem podstaw matematyki, łącznie z nabyciem pojęcia liczby czy ukształtowaniem prawidłowej reprezentacji wielkości liczbowej (Siegler i Ramani, 2008). Ramani i Siegler (2011) jako przyczynę dysproporcji wskazują między innymi na fakt, że dzieci z rodzin o niskim SES mają mniejszy kontakt z liczbami (np. podczas gier planszowych, wspólnego gotowania na podstawie przepisów).

Dysproporcje w zakresie kompetencji matematycznych uzależnione od czynników środowiskowych obserwuje się również w Polsce. W naszym kraju występują różnice w poziomie osiągnięć matematycznych związane z miejscem zamieszkania (OBUT). Dzieci pochodzące ze średnich i dużych miast uzyskują wyższe wyniki w zakresie matematyki, niż dzieci pochodzące z małych miast i wsi (Dąbrowski i Szymczak, 2007; Dąbrowski i Żytko, 2008; Dąbrowski i Wiatrak, 2012).

W poniższej pracy zostaną przedstawione wstępne wyniki badania, którego celem było sprawdzenie, czy istnieje związek pomiędzy sprawnością number sense a sprawnością poznawczą oraz poziomem rozwiązywania typowych zadań arytmetycznych. Kolejnym celem jest próba określenia, czy pod koniec pierwszej klasy występują różnice pomiędzy dziećmi pochodzącymi z dużych miast i wsi.

Lidia Zaręba

Instytut Matematyki
Wydział Matematyczno-Fizyczno-Techniczny
Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN, Kraków

Specyfika matematycznego myślenia uczniów w świetle pewnego badania

Tematyka referatu związana jest z trudnościami uczniów w zakresie porównywania różnicowego. W trakcie wystąpienia przybliżone zostaną wyniki pewnych, mających charakter obserwacji indywidualnych, badań empirycznych, które przeprowadzone zostały wśród grupy uczniów w wieku

8-11 lat. Analiza wypowiedzi tych uczniów rozwiązujących odpowiednio dobrane zadania wskazuje na trzy typy udzielanych odpowiedzi. Występująca najczęściej odpowiedź jest nieprawidłowa, a uzasadnienia uczniów przemawiają za tym, że prawdopodobną przyczyną popełnianych błędów są tkwiące w umysłach badanych fałszywe przekonania.

Wacław Zawadowski

Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki

Matematyka jako język, zjawisko Benezeta-Konarzewskiego

Inspektor szkolny **Louis Benezet** badał nauczanie matematyki w Ameryce, w stanie New Hampshire, w latach dwudziestych i trzydziestych ubiegłego stulecia. Podejrzewał, że źle się dzieje zwłaszcza z nauczaniem wczesnoszkolnej arytmetyki. Mimo sporego przydziału czasu na matematykę w klasach 1- 6, rezultaty były w jego mniemaniu mizerne. Benezeta niepokoił fakt, że złe wyniki dotyczyły w dużej mierze rodzimych Amerykanów, którzy wypadali nawet trochę gorzej od świeżych imigrantów. W tych czasach władza inspektora szkolnego była duża. Miał też równie wysoki autorytet w swoim rejonie i wobec tego mógł zarządzić podjęcie radykalnego eksperymentu szkolnego, który trwał aż 7 lat. Eksperyment polegał na całkowitym zaprzestaniu nauczania matematyki, jako przedmiotu, w klasach eksperymentalnych aż do klasy 6.

W następnym roku szkolnym zaplanowane było przerobienie całego zaległego materiału w ciągu jednego roku, przy normalnym przydziale czasu na matematykę w rozkładzie godzinowym. Następnie odbywały się testy, bardzo starannie zapisane stenograficzne, porównujące klasy eksperymentalne i klasy idące normalnym trybem. Badania zostały szczegółowo opisane w Arithmetic Teacher, opisy można obecnie obejrzeć w sieci pod hasłem 'Louis Benezet'.

Skreślając z programu matematykę, trzeba było dać coś w zamian. To miejsce wypełniły zajęcia przede wszystkim z języka ojczystego, czyli z języka angielskiego. Uczniowie z klas eksperymentalnych mieli normalną styczność z arytmetyką poza szkołą, np. przy zakupach w sklepie itp. Tego im nie zabraniano, nikt tego oczywiście nie mógł im zabronić. Porównując pod koniec cyklu eksperymentalnego klasy eksperymentalne z kontrolnymi, okazało się, że klasy, gdzie zaprzestano formalnego nauczania matematyki wypadły na sprawdzianach znacząco lepiej od klas, gdzie które pobierały normalna naukę matematyki w całym poprzedzającym okresie. Te wyniki wydają się paradoksalne. Jednak przy bliższym zastanowieniu, można znaleźć dla nich wytłumaczenie. Środowisko pozaszkolne wpływa na zdrowo rozsądkowe opanowanie obliczeń pieniężnych i niektórych innych, czy chcemy, czy też nie. Jeżeli tylko jest po temu motywacja. Taka motywacja zwykle jest poparta wyraźnym celem takich obliczeń, czego w szkole często brak.

Radykalnego eksperymentu inspektora Benezeta nikt nie powtórzył z tej prostej przyczyny, że w co raz bardziej zbiurokratyzowanym systemie nikt nie mógł sobie na to pozwolić. Ale okolicznością wyjątkową w czasach masowych badań statystycznych jest to, że niektóre z nich można wykorzystać do stawiania nieprzewidzianych pytań. Tak też zrobił profesor **Krzysztof Konarzewski**.

Badania PISA i TIMSS są przeprowadzane z wielka starannością. Dlatego cieszymy się bardzo, gdy nasi uczniowie wypadają w nich korzystnie. Tak właśnie jest w ostatnich badaniach z naszymi gimnazjalistami. Natomiast badania uczniów szkół podstawowych, które analizował Konarzewski wydają się wskazywać, że obserwacje Benezeta potwierdzają się na naszym gruncie. Badania tych uczniów wskazywały, że ogólnie biorąc, nie ma tu niczego zaskakującego. Nasi uczniowie szkół podstawowych są na średnio przyzwoitym poziomie, może nawet ich osiągnięcia są nieco powyżej średniej. Jednak co to praktycznie oznacza nie jest takie jasne.

Eksperyment Benezeta i aktualna obserwacja Konarzewskiego pozwala stwierdzić, że mamy, ciekawe **zjawisko Benezet'a-Konarzewskiego**: *efektywność nauczania matematyki w szkole nie przewyższa efektywności spontanicznego uczenia się młodzieży matematyki poza szkołą*.

O tym słyszy się nie tylko z tych dwóch udokumentowanych źródeł. Jest szereg podobnych wniosków, ale gorzej albo w ogóle nieudokumentowanych, spontanicznych wniosków. Dzisiaj to jest jeszcze ostrzejsze, bo **matematyka to jest język wizualny** a poza szkołą jest dużo wizualnych oddziaływań w kontaktach społecznych, więcej niż było kiedyś. Prawie w każdych wiadomościach TV, w każdym autobusie są jakieś liczby, wykresy ikoniczne, grafy mówiące np. o przebiegu trasy autobusu, o jakimś nadzwyczajnym wydarzeniu zakomunikowanym ikonicznie.

O pieniądzach, mierzeniu i ważeniu i liczbach dziesiętnych dzieci dowiadują się więcej poza szkołą niż w szkole. Można spróbować wyjaśnić dlaczego tak jest. Otóż każdy przyzna, że języka ojczystego uczymy się najlepiej w domowym ognisku, w rodzinie. Budujemy wtedy znaczenia dla słów, niektóre dźwięki stają się dla nas fonemami w ojczystym języku, a dalej morfemami, które nie tylko stanowią rozróżnialny system dźwięków, ale niosą pewne znaczenia. Nabywamy tych umiejętności w trakcie normalnych oddziaływań w najbliższym kręgu osób, a więc zwykle w rodzinie, wśród przyjaciół, w otoczeniu sąsiedzkim.

Matematyka w obecnym społeczeństwie stała się językiem wizualnym, który służy do tych celów, co zwykły akustyczny język: do porozumiewania się, do przewidywania, do wyjaśniania, wreszcie również dla rozrywki i do nawiązywania i podtrzymywania kontaktów z najbliższym otoczeniem. Z każdym nowym słowem dziecko uzyskuje pewną moc w kontaktach z otoczeniem i stara się przekraczać swoje ograniczenia, rozbudowywać swój język, aby służył lepiej, pozwalał na więcej. Podobnie jest ze spontaniczną, powszechnie używaną matematyką, ale nie koniecznie z tą szkolną matematyką spetryfikowaną od wielu lat.

Szkoła nie jest w stanie stworzyć bogatego środowiska, sprzyjającego rozwojowi matematycznemu dzieci i młodzieży. Stąd to **zjawisko Benezeta-Konarzewskiego**.

Powinniśmy to wziąć pod uwagę i starać się to wykorzystać w kształtowaniu polityki oświatowej. W zakresie tej powszechnej matematyki, nauczyciel powinien być jak "native speaker". To oznacza, że trzeba lepiej kształcić nauczycieli w tym zakresie powszechnie używanej matematyki.

Małgorzata Żytko

Wydział Pedagogiczny
Uniwersytet Warszawski, Warszawa

Pakiet edukacyjny „Gramy w piktogramy” – matematyka bez podręcznika – doświadczenia i eksperymenty dzieci wspierające myślenie

Edukacja matematyczna dzieci rozpoczynających naukę szkolną to interesujące doświadczenie, ale i prawdziwe wyzwanie dla nauczycieli. Dzieci we wczesnej edukacji, jak wskazują badania, lubią rozwiązywać zagadki, łamigłówki, grać w gry pozwalające rozwijać intuicje matematyczne. Analiza praktyki edukacyjnej na początkowym etapie szkoły podstawowej oraz wyniki badań polskich i międzynarodowych wskazują, że ta naturalna ciekawość poznawcza dzieci ulega stłumieniu. Dla wielu dzieci matematyka zamiast fascynować, inspirować, bawić, rozwijać, staje się nudnym, pozbawionym aktywności badawczej terenem zdobywania wątpliwych rozwojowo doświadczeń edukacyjnych.

Pakiet edukacyjny „Gramy w piktogramy”, który powstał w ramach projektu PIKTOGRAFIA Rozwijanie umiejętności posługiwania się językiem symbolicznym w edukacji z zakresu nauk matematycznych z zastosowaniem piktogramów Asylco to środek dydaktyczny, stworzony we współpracy Wydawnictwa Bohdan Orłowski oraz Uniwersytetu Warszawskiego Wydziału Pedagogicznego.

Celem ogólnym projektu było podwyższenie u uczniów szkół podstawowych i gimnazjów poziomu rozumienia matematyki i posługiwania się nią w praktyce poprzez wykorzystanie innowacyjnego pakietu edukacyjnego „Gramy w piktogramy". Konstruowanie wiedzy i umiejętności matematycznych w szkole wymaga zaangażowania myślenia (rozwiązywania problemów), aktywności werbalnej (wyjaśnianie, opowiadanie, pytanie, argumentowanie), budowania własnych strategii rozwiązania, współpracy z rówieśnikami w klasie, akceptacji dla uczniowskich błędów jako podstawy uczenia się. Proces dochodzenia do rozumienia pojęć matematycznych wymaga wyeksponowania wizualizacji i obrazowej, graficznej reprezentacji problemów matematycznych, stąd głównym elementem pakietu edukacyjnego są zestawy piktogramów o różnym znaczeniu i formie.

Praca z pakietem edukacyjnym „Gramy w piktogramy" stwarza okazje w procesie kształcenia do:

- modelowania sytuacji matematycznych
- samodzielności poznawczej uczniów,
- krytycznego myślenia oraz twórczego działania,
- współpracy w grupie podczas rozwiązywania problemów

Celami szczegółowymi projektu były następujące zadania:

• podwyższenie u uczniów umiejętności dobierania modeli matematycznych do analizowanych sytuacji z uwzględnieniem posługiwania się językiem symbolicznym,

• podwyższenie poziomu rozumienia pojęć matematycznych, także dzięki ich samodzielnemu konstruowaniu przez uczniów,

• podwyższenie poziomu umiejętności rozwiązywania problemów o charakterze matematycznym z wykorzystywanie procesów poznawczych istotnych dla myślenia matematycznego (dostrzeganie związków, prawidłowości, myślenie przez analogię…).

W artykule zostaną zaprezentowane wyniki rocznego testowania pakietu „Gramy w piktogramy" w szkołach podstawowych, ze szczególnym uwzględnieniem zmian, jakie dokonały się w nastawieniu nauczycieli do edukacji matematycznej dzieci w klasach I-III oraz działaniach podejmowanych w praktyce szkolnej.